

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

РЫЖОВ Никита Валерьевич

**ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ
НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И
ИСТОКООБРАЗНОЙ АППРОКСИМАЦИИ**

Специальность 1.6.9 – Геофизика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических
наук, профессор А.С. Долгаль

Пермь, 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. МЕТОДЫ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ИСТОКООБРАЗНОЙ АППРОКСИМАЦИИ В КОНТЕКСТЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ.....	13
1.1. Обратные задачи геофизики и подходы к их решению	13
1.2. Исторический очерк и современные тенденции развития истокообразных алгоритмов.....	21
Выводы по главе 1	23
ГЛАВА 2. ПОДХОДЫ К КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ	24
2.1. Характеристика различных подходов к решению обратной задачи вертикального электрического зондирования	24
2.2. Гибридный подход к решению обратной задачи вертикального электрического зондирования	39
2.3. Количественная интерпретация данных вертикального электрического зондирования в пределах Верхнекамского месторождения солей на основе эволюционной оптимизации	50
Выводы по главе 2.....	55
ГЛАВА 3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИРАЗВЕДКИ НА ОСНОВЕ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ	58
3.1. Нелинейные обратные задачи гравirazведки.....	58
3.2. Решение двумерной нелинейной обратной задачи гравirazведки на основе эволюционной оптимизации	59
3.3. Решение трехмерной нелинейной обратной задачи гравirazведки на основе эволюционной оптимизации	72

3.4. Синтез монтажного метода решения обратной задачи гравirazведки и эволюционных алгоритмов.....	76
Выводы по главе 3.....	85
ГЛАВА 4. КОМПЬЮТЕРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСФОРМАЦИИ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ФРАГМЕНТЕ СФЕРООБРАЗНОЙ ЗЕМЛИ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ИСТОЧНИКА	87
4.1. Трансформации геопотенциальных полей.....	87
4.2. О целесообразности сферических трансформаций и выборе модели Земли.....	89
4.3. Геологическое редуцирование с учетом сферичности Земли	92
4.4. Математические аспекты истокообразных алгоритмов трансформации аномалий силы тяжести при региональных исследованиях	99
4.5. Результаты практического применения разработанных алгоритмов в пределах Курильской островной дуги	102
Выводы по главе 4.....	109
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	111
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	113

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Разнообразие постановок обратных задач геофизики, усложнение интерпретационных моделей, а также современное состояние компьютерных технологий требуют изучения и внедрения новых подходов к анализу геофизической информации, в числе которых – методы эволюционной оптимизации. Методы эволюционной оптимизации являются одним из направлений в теории искусственного интеллекта. Эволюционные алгоритмы в процессе поиска оптимального решения оперируют множеством приближенных решений, что значительно отличается от классических методов оптимизации. Применение эволюционных алгоритмов в качестве способа решения нелинейных обратных задач особенно актуально в рамках реализации вероятностно-статистического подхода.

Истокообразные алгоритмы трансформации геопотенциальных полей являются широко применяемым на практике инструментом, позволяющим осуществить в рамках одного расчетного цикла процедуры интерполяции, фильтрации и трансформации данных. Актуальной задачей в данном направлении является разработка методов трансформации с учетом сферичности Земли, что особенно важно при изучении глубинного строения, структурно-тектонического районирования и прогнозирования полезных ископаемых в пределах больших территорий.

Степень разработанности темы исследования

Значительный вклад в развитие методов решения прямых и обратных задач геофизики оказали труды следующих ученых: М.А. Алексидзе, Е.Н. Акимовой, В.Я. Арсенина, Ю.И. Блоха, С.Г. Бычкова, В.Н. Глазнева, В.И. Дмитриева, А.С. Долгаля, М.С. Жданова, Г.В. Иголкиной, Д.Ф. Калинина, В.В. Кормильцева, В.В. Ломтадзе, П.С. Мартышко, В.О. Михайлова, О.М. Муравиной, Д.К. Нургалиева,

А.В. Овчаренко, А.Н. Ратушняка, Г.Г. Ремпеля, С.А. Серкерова, В.И. Старостенко, В.Н. Страхова, А.Н. Тихонова, Г.М. Тригубовича, В.И. Уткина, Н.В. Федоровой, А.В. Цирульского, А.Ф. Шестакова, М.И. Эпова, А.Г. Яголы и др.

Вопросу геологической интерпретации геопотенциальных полей посвящены работы: Ю.И. Блоха, Е.Г. Булаха, А.А. Булычева, Г.С. Вахромеева, В.А. Гершанок, В.Н. Глазнева, Г.Я. Голиздры, А.Ю. Давыденко, А.И. Кобрунова, В.И. Костицына, К.М. Кузнецова, В.В. Ломтадзе, А.К. Маловичко, П.С. Мартышко, А.А. Никитина, В.М. Новоселицкого, З.М. Слепака, В.И. Старостенко, В.Н. Страхова, В.В. Федынского, А.В. Цирульского и др.

Методы решения обратных задач геофизики, базирующиеся на стохастических алгоритмах оптимизации, рассмотрены в работах следующих специалистов: Ф.М. Гольцмана, А.С. Долгаля, С.И. Кабанихина, Т.Б. Калининой, А.А. Никитина, Т.А. Натальчишина, Л.Н. Пороховой, А.А. Тайницкого, Т.Б. Яновской, S. Loni, M. Mehramuz, X. Song и др.

Проблеме множества эквивалентных решений обратных задач геофизики и способам повышения однозначности результатов инверсии посвящены труды ученых: П.И. Балка, В.Б. Гласко, Г.В. Гущина, А.С. Долгаля, Т.Н. Кишман-Лавановой, В.П. Колесникова, А.В. Мичурина, И.И. Рокитянского, А.П. Сивенковой, В.И. Старостенко, Р.В. Хачатурова, А.В. Цирульского и др.

Вопросу трансформаций геопотенциальных данных посвящены работы следующих исследователей: В.И. Аронова, В.М. Березкина, В.Н. Глазнева, Ф.М. Гольцмана, А.С. Долгаля, Т.Б. Калининой, И.А. Керимова, В.И. Костицына, А.А. Никитина, А.В. Петрова, А.В. Пугина и др.

Аппроксимационный подход к обработке данных геопотенциальных полей в разное время развивался в работах специалистов: В.И. Аронова, Е.Г. Булаха, А.С. Долгаля, И.А. Керимова, А.К. Маловичко, П.С. Мартышко, В.М. Новоселицкого, А.В. Пугина, В.И. Старостенко, И.Э. Степановой, В.Н. Страхова, С.А. Тихоцкого и др.

Ключевые выводы проведенных ранее исследований были учтены при выполнении диссертационной работы.

Цель диссертационной работы

Развитие и совершенствование методов количественной интерпретации данных электроразведки методом вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) и гравиразведки на основе методов эволюционной оптимизации и разработка компьютерной технологии моделирования аномального гравитационного поля больших территорий.

Основные задачи исследования

Для достижения поставленной цели были решены следующие основные задачи:

1. Разработка и программная реализация алгоритмов количественной интерпретации данных ВЭЗ в рамках вероятностно-статистического подхода на основе методов эволюционной оптимизации;
2. Разработка и программная реализация алгоритмов решения нелинейных обратных задач гравиразведки рудного типа на основе синтеза методов эволюционной оптимизации и аддитивных технологий, повышающих достоверность построения результативных интерпретационных моделей;
3. Сравнительный анализ результатов решения обратных задач ВЭЗ и гравиразведки, полученных эволюционными алгоритмами и классическими методами многомерной оптимизации различного порядка;
4. Разработка эффективного алгоритма геологического редуцирования гравиметрических данных для больших территорий (1 млн км² и более) с использованием в качестве аппроксимационной ячейки сферического параллелепипеда;
5. Разработка эффективных алгоритмов трансформации поля силы тяжести на основе истокообразной аппроксимации с использованием модели

сферообразной Земли и устойчивых методов решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности с приближенно заданной правой частью;

6. Апробация разработанных алгоритмов на большом объеме как синтетических, так и реальных геофизических данных и оценка качества полученных результатов.

Научная новизна исследования

1. Обоснована перспективность использования методов эволюционной оптимизации в рамках вероятностно-статистического подхода при количественной интерпретации геофизических данных;

2. Проведен анализ множества ε -эквивалентных решений обратных задач ВЭЗ и гравirazведки в разных постановках, на основе которого выявлены основные особенности формирования решений при применении различных эволюционных алгоритмов;

3. Предложен гибридный двухэтапный алгоритм инверсии данных ВЭЗ, основанный на синтезе эволюционных и детерминистских методов оптимизации, повышающий достоверность результирующих геоэлектрических моделей;

4. Разработана модификация монтажного метода решения обратной задачи гравirazведки в варианте регулируемой направленной кристаллизации (РНК) с применением бинарных эволюционных алгоритмов, повышающая информативность результативных моделей источников аномального гравитационного поля.

Теоретическая и практическая значимость работы

Разработанная методика инверсии данных ВЭЗ и гравirazведки на основе эволюционной оптимизации позволяет выполнять количественную интерпретацию при минимальном объеме априорной информации и задавать начальные приближения на основе статистических распределений.

Показана эффективность эволюционных алгоритмов при построении множества ε -эквивалентных решений обратных задач, что обуславливает возможности: 1) рассмотрения результатов инверсии в рамках вероятностно-статистического подхода и 2) количественной оценки неоднозначности определения параметров результативных моделей.

Алгоритмы геологического редуцирования и трансформации гравитационного поля больших территорий с учетом сферичности Земли позволяют решать широкий круг геологических задач в процессе региональных исследований.

Часть исследований была поддержана грантом Российского научного фонда (РНФ) № 23-27-00113 «Разработка технологии трансформации аномалий силы тяжести при региональных геофизических исследованиях», 2023-2024 гг.

Методология и методы исследований

Для решения поставленных задач осуществлен сбор и обработка материалов электроразведочных и гравиразведочных съемок, а также данных бурения скважин. Количественная интерпретация проводилась с учетом основных принципов теории решения некорректно поставленных обратных задач и регуляризации. Использованы детерминистские и стохастические методы оптимизации, основные положения теории вероятностей, методы математической статистики и теории принятия решений в условиях неопределенности. Для анализа структуры множества решений обратной задачи гравиразведки применялись аддитивные технологии. Алгоритмы геологического редуцирования и трансформации гравитационных полей основаны на методах численного интегрирования и вычислительных методах линейной алгебры.

Положения, выносимые на защиту

1. Алгоритмы инверсии данных вертикального электрического зондирования, основанные на эволюционной оптимизации, позволяют устойчиво

выделять структурные особенности геоэлектрических разрезов и оценивать вариации их параметров без формирования стартовых моделей геоэлектрического разреза.

2. Методы количественной интерпретации гравитационных аномалий на основе эволюционной оптимизации и аддитивных технологий повышают достоверность определения геометрических параметров локальных объектов за счет построения репрезентативного множества моделей источников поля с последующим анализом структуры этого множества.

3. Технология геологического редуцирования и трансформации гравитационных аномалий методом эквивалентного источника с учетом сферичности Земли обеспечивает подавление геологических помех и уменьшение краевых эффектов при изучении глубинного строения, структурно-тектоническом районировании и прогнозировании полезных ископаемых по региональным геолого-геофизическим данным.

Степень достоверности и апробация результатов исследования

Достоверность результатов количественной интерпретации и соответствующих выводов основывается на сопоставлении результирующих интерпретационных моделей с априорной информацией о строении исследуемых территорий (в т.ч. данными бурения скважин), а также на соответствии результатам ранее проведенных исследований.

Результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 22 научных работах, 7 из которых в рецензируемых журналах: 1 статья – в журнале, индексируемом в базе данных Scopus, 6 – в журналах, включенных ВАК в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых публикуются основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук.

В Роспатенте зарегистрированы 3 программы для ЭВМ:

1. Программа для трансформации региональных аномалий силы тяжести «TRANSF_VR» от 02.11.2024, рег. номер – 2024685961;

2. Программа решения прямой задачи гравirazведки от набора сферических параллелепипедов «SP_FORWARD» от 09.10.2024, рег. номер – 2024683144;

3. Программа решения обратной задачи гравirazведки методом роя частиц «GravPSO» от 28.03.2024, рег. номер – 2024617068.

Основные положения и результаты исследования докладывались на следующих научных конференциях: Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Теория и практика разведочной и промысловой геофизики» в 2024, 2025 гг.; Уральской молодежной научной школе по геофизике в 2025 г.; сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского – В.Н. Страхова «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей» в 2024, 2025, 2026 гг.; научно-практической конференции и выставке «Инженерная и рудная геофизика» в 2024, 2025 гг.; XVIII научно-технической конференции «Цифровые технологии в добыче углеводородов: современные вызовы» в 2024 г.; XIX Общероссийской научно-практической конференции и выставке «Перспективы развития инженерных изысканий в строительстве в Российской Федерации» в 2024 г.

Личный вклад автора

Автором выявлены особенности формирования множеств допустимых решений обратных задач ВЭЗ и гравirazведки при использовании различных эволюционных алгоритмов, влияющие на их репрезентативность и результаты количественной интерпретации. Предложен гибридный двухэтапный алгоритм инверсии данных ВЭЗ, основанный на синтезе эволюционных и детерминистских методов оптимизации. Обосновано использование обобщенных геоэлектрических моделей, полученных эволюционными алгоритмами, в качестве стартовых моделей для последующей инверсии методами, обеспечивающими локальную сходимость. Предложена модификация монтажного метода решения обратной задачи гравirazведки с применением бинарных эволюционных алгоритмов.

Автором реализованы в программном виде алгоритмы решения прямых задач ВЭЗ и гравиразведки, алгоритмы решения обратных задач, основанные на методах эволюционной оптимизации, а также алгоритмы вероятностно-статистического оценивания параметров моделей, полученных при инверсии. Реализован эффективный алгоритм геологического редуцирования гравиметрических данных. Автор принимал участие в разработке программы трансформации гравитационного поля, выполняющей аппроксимацию наблюдаемого поля эквивалентными источниками с учетом сферичности Земли. Численные эксперименты и интерпретация полученных результатов выполнены при непосредственном участии автора.

Исходные материалы

При количественной интерпретации данных ВЭЗ использованы материалы инженерно-геофизических исследований, выполненных ООО «Противокарстовая и береговая защита» на территории пос. Октябрьский в Пермском крае, а также материалы исследований, выполненных Горным институтом УрО РАН в пределах Верхнекамского месторождения солей. При интерпретации гравитационных аномалий использованы материалы гравиметрических съемок, выполненных Горным институтом УрО РАН на двух участках в южной и юго-восточной частях Сибири; данные двух глобальных моделей гравитационного поля Земли: WHU-CASM-UGM2025 [106] и EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD [104]; глобальные модели рельефа земной поверхности ETOPO1 [90] и GTOPO30; при геологическом редуцировании использована глобальная модель земной коры CRUST 1.0 [103].

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 120 наименований, а также содержит 50 рисунков и 10 таблиц. Общий объем работы составляет 126 страниц.

Благодарности

Автор выражает особую благодарность научному руководителю – профессору, доктору физико-математических наук Александру Сергеевичу Долгалю за всестороннюю помощь, поддержку, критические замечания и ценные советы в процессе работы над диссертацией.

Автор выражает благодарность своему коллеге, кандидату технических наук Петросяну Рубену Нверовичу за научное сотрудничество и помощь, оказанную при написании данной работы.

ГЛАВА 1. МЕТОДЫ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ИСТОКООБРАЗНОЙ АППРОКСИМАЦИИ В КОНТЕКСТЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ

1.1. Обратные задачи геофизики и подходы к их решению

Под прямой задачей геофизики понимается определение элементов физических полей (гравитационного, электромагнитного и др.), порожденных заданными распределениями физических параметров среды (плотности, намагниченности, электропроводности и др.) при известном местоположении и геометрии источников поля. Математически прямая задача формулируется в следующем виде:

$$\mathbf{d} = \mathbf{A}(\mathbf{m}), \quad (1.1)$$

где $\mathbf{d}$ – вектор значений поля, $\mathbf{m}$ – вектор параметров модели среды, $\mathbf{A}$ – оператор прямой задачи, устанавливающий связь между параметрами модели и значениями поля.

Обратная задача геофизики заключается в определении (восстановлении) параметров модели $\mathbf{m}$ по наблюдаемому полю $\mathbf{d}$:

$$\mathbf{m} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{d}), \quad (1.2)$$

где $\mathbf{A}^{-1}$ – обратный оператор решения обратной задачи. В общем случае обратные задачи геофизики не являются корректно поставленными в соответствии с терминологией Ж. Адамара. По Ж. Адамару задача является корректной, если выполняются следующие условия: 1) решение существует; 2) решение единственно; 3) решение является непрерывной функцией данных, т.е. малым возмущениям данных соответствуют малые изменения параметров модели.

В середине XX века советский математик Андрей Николаевич Тихонов разработал основы теории решения некорректно поставленных задач [83]. Для преодоления некорректности А.Н. Тихоновым предложено сводить подобные

задачи к условно-корректным: суть подхода состоит в замене исходной обратной задачи (1.2) задачей минимизации регуляризованного функционала:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{A}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|^2 + \alpha\Omega(\mathbf{m}) \rightarrow \min, \quad (1.3)$$

где первое слагаемое выражает невязку между наблюдаемыми и теоретическими данными, а второе представляет собой стабилизирующий функционал (регуляризатор), отражающий некоторые априорные представления об особенностях решения, α – параметр регуляризации. В результате искомое решение обратной задачи принадлежит некоторому компактному множеству D , решения в рамках которого считаются корректными, т.е. $\mathbf{m} \in D$. Это множество принято называть множеством корректности.

Таким образом, решение обратной задачи геофизики в общем случае сводится к задаче минимизации и решается на основе методов оптимизации различного порядка в зависимости от особенностей оператора $\mathbf{A}$, который во многих случаях является нелинейным и обуславливает существование множества эквивалентных решений обратной задачи.

При решении нелинейных обратных задач геофизики, ландшафт оптимизируемой целевой функции f характеризуется следующими особенностями: 1) наличием хребтов (оврагов) на поверхности целевой функции, 2) образованием одного или нескольких гребней при сильной корреляционной связи между оптимизируемыми параметрами, 3) искривленной формой хребтов и гребней в силу нелинейности функции f . Если функция f имеет несколько экстремумов и начальная точка $\mathbf{x}_0$ расположена не вблизи точки абсолютного минимума, то классические методы оптимизации, основанные на вычислении градиента целевой функции f , становятся малоэффективными [88]. Более подходящими для решения задач с перечисленными особенностями целевой функции f являются методы глобальной оптимизации, к которым относятся в т.ч. методы эволюционной оптимизации.

Методы эволюционной оптимизации (эволюционные алгоритмы) представляют собой широкий класс эвристических методов поиска и оптимизации,

моделирующих природные механизмы естественного отбора, коллективного поведения живых организмов и самоорганизации различных природных систем [69]. Основными особенностями методов эволюционной оптимизации являются:

1. Популяционный подход – алгоритмы работают не с единственным решением $\mathbf{x}$, а с множеством возможных решений $X = \{\mathbf{x}_i\}, i = 1, \dots, k$;
2. Стохастичность – поиск решений во многом базируется на использовании случайных чисел, что помогает избегать попадания в локальные экстремумы целевой функции;
3. Отсутствие необходимости вычислять производные целевой функции: для поиска оптимального решения не требуется информация о производных целевой функции, важна лишь оценка качества текущего решения.

Эволюционные алгоритмы подразделяются на отдельные подклассы в зависимости от принципов, на которых базируется конкретный алгоритм [7] (рисунок 1.1). Соответствующие алгоритмы основываются на механизмах эволюции (в широком смысле) и самоорганизации физических, химических и биологических систем.

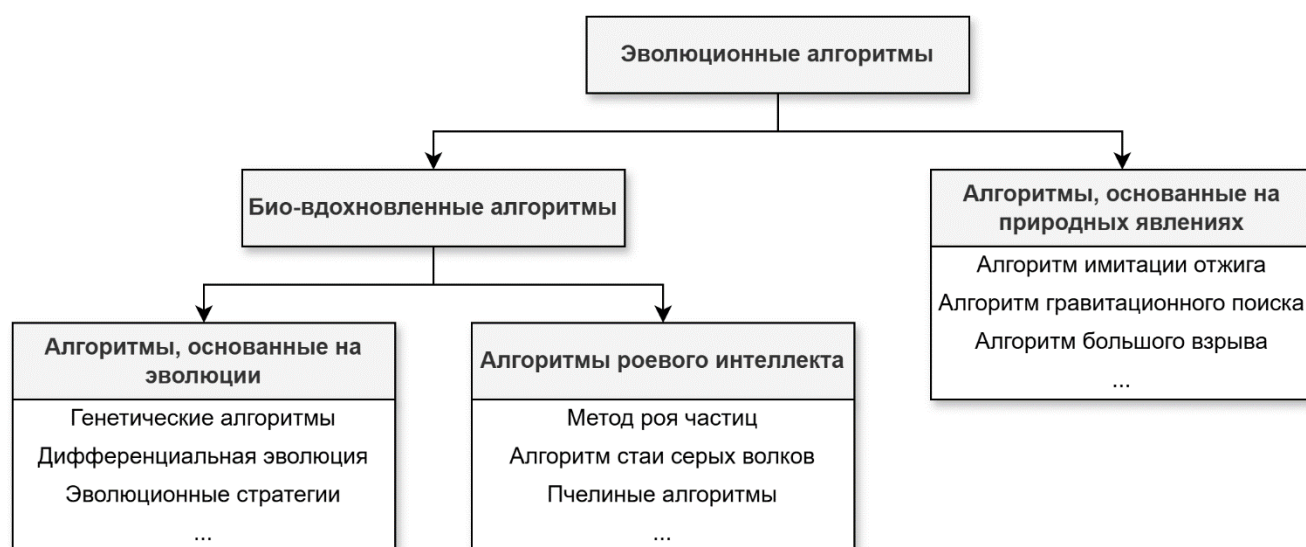


Рисунок 1.1 – Иерархия эволюционных алгоритмов, согласно работе [7]

Согласно Д. Саймону [69] на текущий момент не существует единой общепринятой трактовки понятия «эволюционный алгоритм». К терминам, синонимичным понятию «эволюционный алгоритм», относятся: метаэвристический алгоритм, популяционно-ориентированная оптимизация, природообусловленные вычисления, эволюционные вычисления и др. Каждый термин подчеркивает определенные черты, свойственные некоторому подмножеству эволюционных алгоритмов, при этом эволюционные алгоритмы представляют собой наиболее общий класс.

К основным понятиям эволюционных алгоритмов относятся:

1. Особь – это приближенное решение задачи, определенным образом модифицируемое в процессе эволюции (итерационного процесса); особь характеризуется некоторым вектором параметров $\mathbf{x} \in D$, где D – некоторое допустимое множество решений задачи, заданное набором априорных ограничений;

2. Популяция – это множество особей $X = \{\mathbf{x}_i\}$, $i = 1, \dots, k$;

3. Эволюция – последовательность шагов изменения некоторой особи $\mathbf{x}_i \in X$ по правилам, определяемым конкретным алгоритмом, в течение n поколений (в течение всего итерационного процесса) [43].

В данной работе под термином «эволюционный алгоритм» подразумевается алгоритм, формирующий решение задачи в рамках итерационного процесса на основе взаимодействия и обмена информацией между отдельными особями, составляющими единую популяцию. Соответственно, в рамках данной работы исследуется подмножество эволюционных методов, относимое к классу популяционно-ориентированных алгоритмов.

На рисунке 1.2 приведена диаграмма, демонстрирующая принципиальные отличия между различными классами оптимизационных методов при решении некоторой задачи минимизации $F(\mathbf{x}) \rightarrow \min$. При одинаковых входных данных (условиях задачи) детерминированные методы приводят к абсолютно идентичным результатам при многократном запуске оптимизационного алгоритма.

При решении задач стохастическими методами результаты работы алгоритма при многократном запуске различаются в той или иной степени, в зависимости от специфики конкретного алгоритма. В обоих случаях результатом работы алгоритма является единичное решение $\mathbf{x}_i^{opt} \in Q$, где $Q = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ – множество решений, сформированное в результате n повторных запусков алгоритма. Эволюционные алгоритмы оперируют некоторой популяцией особей $\mathbf{x} \in X_i$, в результате чего в процессе многократного запуска алгоритма результирующее множество решений Q может формироваться из особей нескольких популяций: $Q = \bigcup_{i=1}^n X_i$, где X_i – популяция, сформированная при i -м запуске алгоритма.

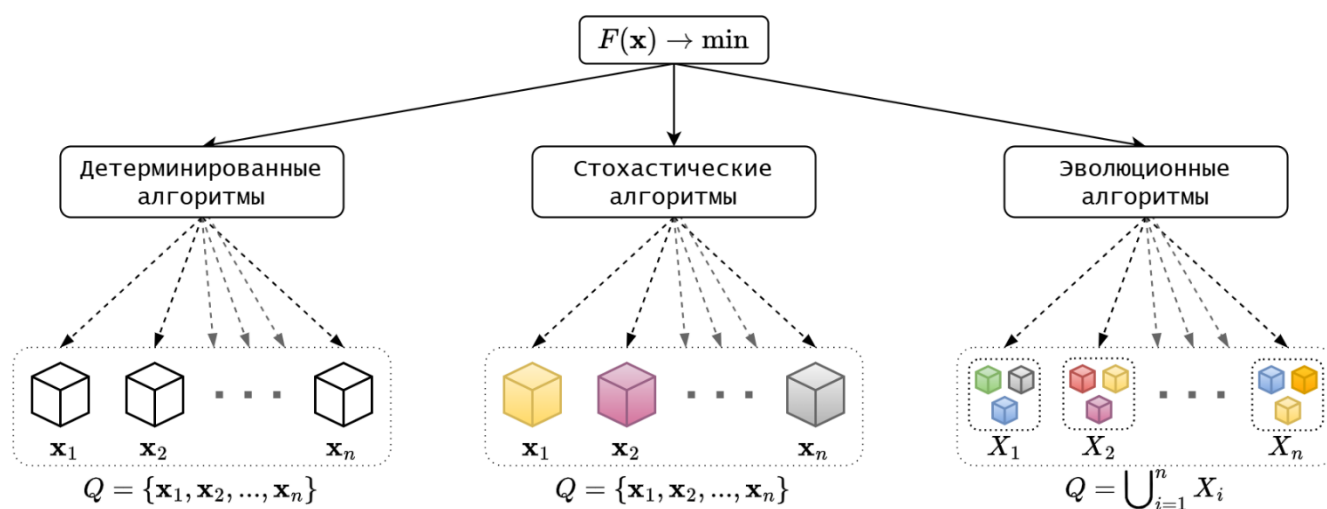


Рисунок 1.2 – Диаграмма, отражающая особенности решения конкретной задачи минимизации разными классами оптимизационных методов

Рассмотрение эволюционных алгоритмов с точки зрения эффективности формирования множества Q допустимых решений обратных задач геофизики представляет как теоретический, так и практический интерес, что обусловлено, в первую очередь, возможностью интерпретации результатов инверсии в рамках вероятностно-статистического подхода. Вероятностно-статистический подход к интерпретации результатов решения обратной задачи, противопоставляемый детерминистским методам, базирующимся на рассмотрении в качестве результатов инверсии единичных решений, использует большие объемы информации для

принятия решений относительно свойств и структуры исследуемых объектов, что делает интерпретацию более объективной и достоверной.

Исследуемый в данной работе подход, заключающийся в формировании множества Q допустимых решений обратной задачи на основе объединения отдельных особей при использовании эволюционных алгоритмов, недостаточно представлен в доступной литературе; его развитие применительно к рассматриваемым задачам составляет элемент научной новизны работы. Основной теоретической предпосылкой к рассмотрению отдельных особей $x \in X_i$ в качестве самостоятельных решений обратной задачи является существование множества равновероятных (в общем случае) решений, что обусловлено так называемой практической эквивалентностью (или ε -эквивалентностью). Под ε -эквивалентностью понимается ситуация, когда различные модели $x \in X$ создают очень близкие, но не абсолютно совпадающие внешние поля [15]. Соответствующие данным полям модели $x \in X$, при условии соответствия моделей множеству корректности $x \in D$, могут рассматриваться в качестве «равноправных» решений обратной задачи.

Смещение в сторону вероятностно-статистических подходов к количественной интерпретации геофизических данных во многом обусловлено современным состоянием компьютерных технологий: обработка больших массивов данных может выполняться за относительно малое время. К вероятностно-статистическим методам интерпретации, успешно применяющимся в геофизике, относятся методы байесовской оптимизации, Монте-Карло по схеме марковской цепи и др. [115]. В гравиразведке развивается направление, известное под названием «аддитивные технологии» [3]. Синтез эволюционных алгоритмов и аддитивных технологий интерпретации гравитационных аномалий освещен в работах [23; 30; 64; 65].

Разработка новых оптимизационных методов и совершенствование уже существующих технологий во многом обусловлены так называемой теоремой об «отсутствии бесплатных обедов» (No free lunch theorem, или NFL) [119]. Теорема

NFL утверждает, что для любых двух оптимизационных алгоритмов A_1 и A_2 математическое ожидание их эффективности (результата) P при усреднении по всем функциям $f: X \rightarrow Y$ одинаково:

$$\sum_f P(d_m^y | f, m, A_1) = \sum_f P(d_m^y | f, m, A_2), \quad (1.4)$$

где X – конечное множество точек в поисковом пространстве, Y – конечное множество значений целевой функции f , d_m – последовательность посещенных алгоритмом точек за m шагов, $d_m = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$. Успех любого оптимизационного алгоритма полностью зависит от того, насколько его внутренняя логика соответствует структуре конкретной решаемой задачи. В аспекте решения обратных задач геофизики теорема NFL является мотивацией к выбору наиболее подходящих алгоритмов решения для конкретных прикладных задач.

В данной работе изучены особенности решения обратных задач электроразведки методом ВЭЗ и гравиразведки несколькими эволюционными алгоритмами. Данные алгоритмы соответствуют различным классам согласно классификации, приведенной на рисунке 1.1, и наиболее часто упоминаются в литературе, посвященной тематике решения обратных задач геофизики. Методы, о которых идет речь:

1. Метод роя частиц (Particle Swarm Optimization, далее PSO) [101]. Алгоритм имитирует социальное поведение стаи птиц или косяка рыб для достижения глобального оптимума целевой функции. Метод PSO применен при совместной инверсии дисперсионных кривых в методе MASW [118], при оценке параметров разломов по гравиметрическим данным [99], при оценке параметров источника гравитационной аномалии [23].

2. Генетический алгоритм (Genetic Algorithm, далее GA) [100]. Алгоритм основан на принципах естественного отбора и генетики. В рамках алгоритма популяция эволюционирует через смену поколений на основе отбора (выбора лучших особей), скрещивания (обмена компонентами между особями) и мутации

(случайного изменения особей для поддержания разнообразия популяции). Генетические алгоритмы использовались при решении обратной задачи ВЭЗ [59], для выявления трещин массива горных пород по данным георадиолокации [86], и в ряде других работ [93; 117].

3. Метод дифференциальной эволюции (Differential Evolution, далее DE) [114]. Разновидность генетического алгоритма, где новые особи формируются путем добавления взвешенной разности векторов двух случайных особей к третьему вектору. Если полученный потомок лучше родителя, то он заменяет его и переходит в следующее поколение. Метод DE использован в работе [80] для оценки параметров горизонтально-слоистой среды по кривым ВЭЗ, в работе [68], посвященной экспериментальной оценке помехоустойчивости эволюционных алгоритмов при инверсии данных ВЭЗ.

4. Алгоритм стаи серых волков (Grey Wolf Optimizer, далее GWO) [109]. Современный биоинспирированный алгоритм, моделирующий иерархию и механизмы охоты стаи серых волков. Популяция делится на четыре уровня: α -, β -, δ - и ω -волков. Три лидера (α , β , δ) управляют процессом поиска, а ω -особи обновляют свои позиции, «окружая» добычу на основе положения лидеров в многомерном поисковом пространстве. Алгоритм GWO применялся для решения задач сейсмологии [120], при оценке параметров поверхностных волн [113], при инверсии гравиметрических данных [89] и для решения обратной задачи ВЭЗ [63; 66; 94].

5. Алгоритм гравитационного поиска (Gravitational Search Algorithm, далее GSA) [111]. Физико-инспирированный алгоритм, основанный на законе всемирного тяготения Ньютона. Векторы-решения характеризуются массой, прямо пропорциональной значению их целевой функции. Все объекты притягиваются друг к другу за счет гравитационного взаимодействия. Тяжелые объекты («хорошие» решения) двигаются медленнее, но сильнее притягивают к себе более легкие объекты. В работе [68] проведено сравнение различных эволюционных алгоритмов, в т.ч. алгоритма GSA, применительно к инверсии данных ВЭЗ.

1.2. Исторический очерк и современные тенденции развития истокообразных алгоритмов

Суть метода истокообразной аппроксимации заключается в приближении дискретно заданных значений гравитационного и магнитного полей аномальным эффектом эквивалентных источников, расположенных ниже поверхности наблюдений. Согласно классификации В.Н. Страхова, аппроксимационная конструкция представляет собой эквивалентную физико-математическую интерпретационную модель, которая обеспечивает лишь требуемую степень близости модельного и наблюдаемого полей. Такая модель не используется для получения геологической информации, поскольку не отражает адекватное реальности распределение петрофизических свойств в изучаемом объеме среды [26].

Приближение дискретных измерений геопотенциальных полей осуществляется с использованием базисных функций, описывающих эффекты элементарных источников (точечных масс, диполей, призм), что придает математическим преобразованиям физический смысл – базисные функции относятся к тому же классу гармонических функций, что и измеряемые поля. К достоинствам метода истокообразной аппроксимации относятся: 1) высокая точность аппроксимации; 2) корректный учет различий в высотных отметках точек наблюдения (проблема разновысотности); 3) эффективное подавление негармонической составляющей поля (помех); 4) возможность реализации интерполяции, фильтрации и аналитических трансформаций данных в рамках единого вычислительного цикла [26].

Истоки метода тесно связаны с фундаментальной задачей геодезической гравиметрии по определению фигуры Земли. Концептуальные основы подхода были заложены в середине XX века в работах М.С. Молоденского [56] и норвежского ученого А. Bjerhammar [91].

Окончательное становление метода как самостоятельного инструмента гравиразведки связано с работами В.И. Аронова [1]. В силу геополитических причин («железного занавеса») развитие отечественных и зарубежных технологий шло параллельными, независимыми курсами. За рубежом основоположником направления стал австралийский геофизик C.N.G. Dampney, который впервые обосновал применение сеточного распределения точечных источников и разработал рабочий алгоритм для ЭВМ [96].

Актуальность дальнейшего развития и совершенствования метода истокообразной аппроксимации на современном этапе развития геофизики обусловлена качественным и количественным изменением характера полевых наблюдений, а также усложнением физико-геологических условий поисковых работ. На основе анализа отечественного и зарубежного опыта обработки геопотенциальных полей можно выделить следующие тенденции развития метода истокообразной аппроксимации:

1. Расширение области применения многоуровневых аппроксимационных конструкций, адаптированных к структуре сети задания и морфологическим особенностям поля;
2. Оптимизация вычислительных процедур, совершенствование методов численного решения СЛАУ большой размерности с числом неизвестных $O(10^6)$;
3. Борьба с краевыми искажениями, возникающими из-за ограниченности площадей съемки и др.

Актуальным направлением развития как истокообразных алгоритмов, так и методов трансформации геопотенциальных полей в целом, является разработка методов, осуществляющих учет сферообразной формы Земли и функционирующих в сферических координатах, что особенно важно при построении глобальных и региональных моделей геофизических полей, а также при интерпретации спутниковых данных. К актуальным работам в данном направлении относятся [25; 98; 105].

Выводы по главе 1

Разнообразие постановок обратных задач геофизики, усложнение интерпретационных моделей, а также современное состояние компьютерных технологий, требуют изучения и внедрения новых подходов, в числе которых – методы эволюционной оптимизации. Методы эволюционной оптимизации являются современным направлением развития в теории искусственного интеллекта. Эволюционные алгоритмы в процессе поиска оптимального решения оперируют популяцией $X = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$, т.е. множеством приближенных решений, что значительно отличается от классических методов оптимизации, в которых решением является единичный вектор $\mathbf{x}$. Рассмотрение эволюционных алгоритмов в качестве способа решения нелинейных обратных задач особенно актуально в рамках вероятностно-статистического подхода.

Истокообразные алгоритмы обработки данных геопотенциальных полей являются широко применяемым на практике инструментом, осуществляющим в рамках одного расчетного цикла процедуры интерполяции, фильтрации и трансформации данных. Результатом истокообразной аппроксимации являются аналитические модели геопотенциальных полей. Актуальность развития истокообразных алгоритмов обусловлена как усложнением условий проведения съемок, так и современным уровнем развития компьютерных технологий в целом.

ГЛАВА 2. ПОДХОДЫ К КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

2.1. Характеристика различных подходов к решению обратной задачи вертикального электрического зондирования

Метод вертикального электрического зондирования является одним из наиболее распространенных методов электроразведки и относится к классу методов сопротивлений. Результатом исследований методом ВЭЗ является набор значений кажущихся сопротивлений (КС), полученных при различных положениях и конфигурациях измерительной установки. Метод ВЭЗ основывается на геометрическом принципе зондирования, согласно которому глубина проникновения тока (исследования) зависит от расстояния между приемными и питающими электродами: с ростом разноса увеличивается глубина исследования. Набор значений КС определенным образом отражает структуру геологического пространства в пределах площади исследования. Основной задачей интерпретации данных ВЭЗ является определение параметров горизонтально-слоистой модели среды, к которым относятся мощности и удельные электрические сопротивления (УЭС) отдельных слоев разреза. Таким образом, обратная задача электроразведки методом ВЭЗ представляет собой задачу определения параметров слоев $\mathbf{x} = \{h_1, \rho_1, h_2, \rho_2, \dots, h_{n-1}, \rho_{n-1}, \rho_n\} \in \mathbb{R}^{2n-1}$, где n – количество слоев модели, h_i – мощность i -го слоя, ρ_i – УЭС i -го слоя, по наблюдаемым значениям КС $\boldsymbol{\rho}_k = \{\rho_{kj}\}$, где $j = 1, \dots, k$, k – количество разносов.

Решение обратной задачи осуществляется как неформализованными способами, так и в автоматическом режиме с помощью методов подбора, базирующихся на минимизации функционала невязки $F(\mathbf{x})$. Далее будем рассматривать последние.

Задача определения параметров геоэлектрической модели сводится к задаче многомерной оптимизации:

$$\mathbf{x}^{opt} = \underset{\mathbf{x} \in D}{\operatorname{argmin}} F(\mathbf{x}), \quad (2.1)$$

где $F(\mathbf{x})$ – минимизируемый функционал, D – множество допустимых решений ОЗ, соответствующих априорной информации об исследуемом объекте, $\mathbf{x}$ – вектор параметров модели, $\mathbf{x}^{opt} \in D$ – оптимальное решение, полученное при подборе. Функционал $F(\mathbf{x})$ при решении обратной задачи ВЭЗ в самой простой форме выражается следующим образом:

$$F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{p}_k^{\text{набл}} - f(\mathbf{x})\|^2, \quad (2.2)$$

где $\mathbf{p}_k^{\text{набл}}$ – вектор наблюдаемых значений КС, f – нелинейный оператор решения прямой задачи. Следствием свойств оператора f являются существование множества решений (неединственность) и неустойчивость обратной задачи [46].

Основным способом повышения устойчивости обратной задачи является метод регуляризации Тихонова [83], суть которого заключается в преобразовании функционала (2.2) в следующий вид:

$$F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{p}_k^{\text{набл}} - f(\mathbf{x})\|^2 + \lambda \Phi(\mathbf{x}), \quad (2.3)$$

где $\Phi(\mathbf{x})$ – регуляризирующий оператор, отвечающий априорной информации об исследуемом объекте, λ – параметр регуляризации ($\lambda > 0$). В качестве априорной информации могут использоваться модельные представления, построенные на основе геологических данных, сведения о гладкости распределения свойств среды и др.

Основные трудности при разработке алгоритмов решения обратных задач с использованием регуляризирующих операторов $\Phi(\mathbf{x})$ связаны с формализацией априорной информации. В некоторых случаях априорные данные могут задаваться в виде жестких ограничений на определяемые параметры модели, что приводит либо к невозможности применения ряда оптимизационных алгоритмов, либо к чрезмерному усложнению самого алгоритма. Устойчивость решения обратной задачи подобными алгоритмами также зависит от выбранного значения параметра

регуляризации λ , обеспечивающего компромисс между соответствием результатов инверсии априорной информации и наблюдаемыми данными.

На сегодняшний день разработан ряд эффективных и применяемых на практике алгоритмов инверсии данных ВЭЗ [46; 87]. Большая часть разработанных алгоритмов базируется на использовании методов оптимизации второго порядка, реже используются градиентные методы. При этом методы оптимизации нулевого порядка, в т.ч. алгоритмы эволюционной оптимизации, применяются реже, что связано с относительно низкой скоростью работы последних по сравнению с методами оптимизации, основанными на вычислении градиента функционала $F(\mathbf{x})$.

Важным требованием большинства оптимизационных алгоритмов является формирование адекватной модели начального приближения $\mathbf{x}_0$, отвечающей как априорной информации, так и наблюдаемым данным. Наиболее требовательными в этом отношении являются градиентные методы оптимизации, устойчивость которых в значительной мере зависит от выбора начального приближения $\mathbf{x}_0$ [88], при этом в ходе итерационного процесса осуществляется лишь уточнение начальной модели $\mathbf{x}_0$ путем поиска поправок $\Delta\mathbf{x}$ [87].

Методы оптимизации нулевого порядка направлены на поиск глобального минимума $\mathbf{x}^{opt}$ функционала $F(\mathbf{x})$, результатом их работы являются не поправки $\Delta\mathbf{x}$ к исходной модели $\mathbf{x}_0$, а отдельные полноценные решения $\mathbf{x}$. Алгоритмы оптимизации нулевого порядка не требуют задания точных моделей начального приближения в явном виде, в большинстве случаев задаются нижние $\mathbf{b}^L$ и верхние $\mathbf{b}^U$ границы поискового пространства D , а также способ генерации отдельных решений $G(\omega) = \mathbf{x} \in D$, где ω – параметры генератора. За счет этого подобные алгоритмы позволяют включать в процесс поиска решения разнородную трудно формализуемую информацию. На практике априорная информация о свойствах среды может задаваться в виде распределений. Такая форма задания априорных данных естественным образом укладывается в концепцию эволюционных (популяционных) алгоритмов в качестве способа

генерации популяции: генерация параметров моделей происходит путем случайного выбора из заданного закона распределения. Приведем основные способы генерации параметров моделей:

1. Генерация параметров модели x_i на основе нормального закона распределения $x_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$, где μ_i и σ_i^2 предполагаемые среднее значение и дисперсия i -го параметра соответственно;

2. Генерация параметров модели x_i на основе логнормального закона распределения $\ln(x_i) \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$;

3. Генерация параметров модели x_i на основе равномерного закона распределения $x_i \sim \mathcal{U}(a_i, b_i)$, где a_i и b_i – минимальные и максимальные значения i -го параметра;

4. Генерация различных параметров модели $\mathbf{x}$ с помощью способов 1-3. В случае решения обратной задачи ВЭЗ для формирования компонент вектора $\mathbf{x}$, соответствующих УЭС слоев, уместно использовать логнормальное распределение [55], а для компонент, соответствующих мощностям – нормальное или равномерное распределение.

В процессе геолого-геофизических исследований, когда проводятся опережающие геофизические работы с целью подготовки основы для геокартирования или поисков полезных ископаемых, объем априорных данных зачастую бывает крайне мал для формирования адекватной модели $\mathbf{x}_0$. В таких случаях необходимо сопоставление и увязка результатов инверсии с использованием различных моделей начального приближения $\mathbf{x}_0$, что требует многократного последовательного запуска алгоритма инверсии. В случае эволюционных алгоритмов начальные положения отдельных особей популяции могут отождествляться с начальными приближениями, которые уточняются в ходе итерационного процесса, при этом уточнение решений в рамках популяции на конкретной итерации происходит параллельно.

Ряд специалистов в области решения некорректных обратных задач сходится во мнении, что оптимизационные методы нулевого порядка являются

малоэффективными по сравнению с методами оптимизации, основанными на вычислении градиента функционала $F(\mathbf{x})$, с использованием нескольких различных начальных приближений [50]. При использовании популяционных алгоритмов возможен иной подход к определению результата решения обратной задачи – рассмотрение особей популяции как отдельных ε -эквивалентных решений обратной задачи. В таком случае результатом решения обратной задачи выступает множество допустимых решений $Q = \{\mathbf{x}_i: F(\mathbf{x}_i) < \varepsilon\}$, $i = 1, \dots, n$, где ε – пороговое значение невязки, выступающее критерием отбора решений.

Рассмотрим результаты решения обратной задачи ВЭЗ с использованием эволюционных алгоритмов PSO, GA, DE, GWO и GSA на примере двух синтетических моделей геоэлектрического разреза (рисунок 2.1). Для сравнения продемонстрируем результаты инверсии несколькими известными алгоритмами, применяемыми на практике, среди них:

1. Алгоритм Левенберга-Марквардта (Levenberg-Marquardt, LM) – метод наименьших квадратов с демпфированием, используется для решения нелинейных задач наименьших квадратов;

2. Алгоритм Adam – метод адаптивной оценки моментов, модификация метода градиентного спуска. Алгоритм решает проблему «застывания» в локальных экстремумах и характеризуется более высокой скоростью сходимости [102];

3. Метод Бroyдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно (BFGS) – квазиньютоновский алгоритм, используемый для нахождения локального минимума нелинейного функционала без ограничений. В отличие от метода Ньютона, BFGS не требует вычисления матрицы вторых производных (матрицы Гессе) на каждом шаге, вместо этого матрица Гессе аппроксимируется на основе информации о градиенте;

4. Метод Нелдера-Мида (Nelder-Mead, NM) – детерминистский метод безусловной оптимизации нулевого порядка, также известен как симплекс-метод;

5. Алгоритм имитации отжига (Simulated annealing, SA) – стохастический метод оптимизации нулевого порядка. В отличие от популяционных алгоритмов, метод SA оперирует единственным решением.

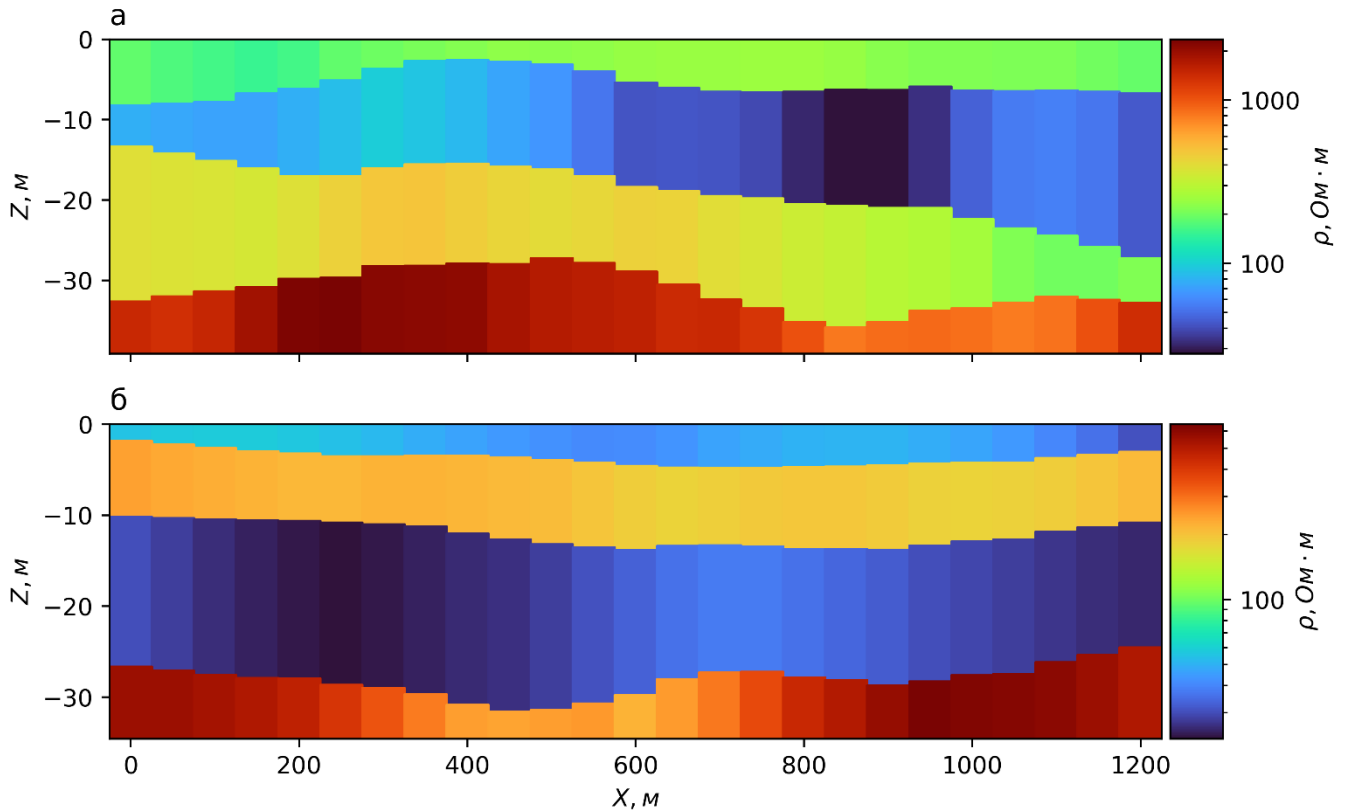


Рисунок 2.1 – Синтетические геоэлектрические модели: а – № 1, б – № 2

Синтетические геоэлектрические модели представлены четырехслойным разрезом. Для каждой модели в 25 точках рассчитаны осложненные пятипроцентной нормально распределенной мультипликативной помехой значения КС. Для расчета кривых ρ_k использовано 13 полуразносов $AB/2$ от 2 м до 103,5 м с коэффициентом геометрической прогрессии $q = 1,39$. Модель № 1 характеризуется набором кривых ρ_k типа НА ($\rho_1 > \rho_2 < \rho_3 < \rho_4$), для модели № 2 характерны кривые ρ_k типа КН ($\rho_1 < \rho_2 > \rho_3 < \rho_4$).

Для формирования начальных приближений $\mathbf{x}_0$ и особей популяции $\mathbf{x}_i$ (в эволюционных алгоритмах) используется способ генерации параметров x_i на основе логнормального закона распределения, а также осуществляется проверка на

принадлежность параметров x_i поисковой области, заданной ограничениями вида $b_i^L < x_i < b_i^U, i = 1, \dots, n$, где n – количество параметров модели, b_i^L и b_i^U – нижняя и верхняя границы i -го параметра соответственно (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Параметры генерации моделей начального приближения

Параметр	h_1 , м	ρ_1 , Ом·м	h_2 , м	ρ_2 , Ом·м	h_3 , м	ρ_3 , Ом·м	ρ_4 , Ом·м
Модель № 1							
μ_{x_i}	4,53	164,87	13,24	82,43	13,24	494,61	989,23
σ_{x_i}	2,41	216,11	11,51	108,05	11,51	648,35	1296,71
b_i^L	0,5	5,0	0,5	5,0	1,0	5,0	50,0
b_i^U	10	500	30	500	40	2000	5000
Модель № 2							
μ_{x_i}	4,53	82,43	13,24	329,74	13,24	82,43	824,36
σ_{x_i}	2,41	108,05	11,51	432,23	11,51	108,05	1080,59
b_i^L	0,5	5,0	0,5	5,0	1,0	5,0	50,0
b_i^U	10	500	30	2000	40	500	5000

Примечание: параметры μ_{x_i} и σ_{x_i} соответствуют математическому ожиданию и стандартному отклонению логнормального распределения.

Для составления репрезентативной выборки решений алгоритмы LM, Adam, BFGS, NM и SA запускались по 200 раз. При каждом запуске алгоритма генерируется новая модель $\mathbf{x}_0$, которая затем используется в качестве начального приближения для каждой точки наблюдения. При применении эволюционных алгоритмов выборка решений формировалась путем объединения четырех популяций $X_j = \{\mathbf{x}_{j1}, \dots, \mathbf{x}_{jn}\}$, где $j = 1, \dots, 4$ – номер популяции, $n=50$ – количество особей в одной популяции. Соответственно, для получения выборки того же объема требуется произвести лишь 4 запуска эволюционного алгоритма на одну точку зондирования. Количество итераций в рамках одного цикла расчета эволюционными алгоритмами задавалось равным 50. Для последующего анализа множества решений обратной задачи отбирались модели $\mathbf{x}_i$, для которых невязка

кривых КС в процентном отношении составляет менее 10 %, при пятипроцентном уровне помех в исходных данных.

Результаты решения обратной задачи ВЭЗ по данным модели № 1 представлены на рисунках 2.2 и 2.3 в виде частотных характеристик распределений параметров.

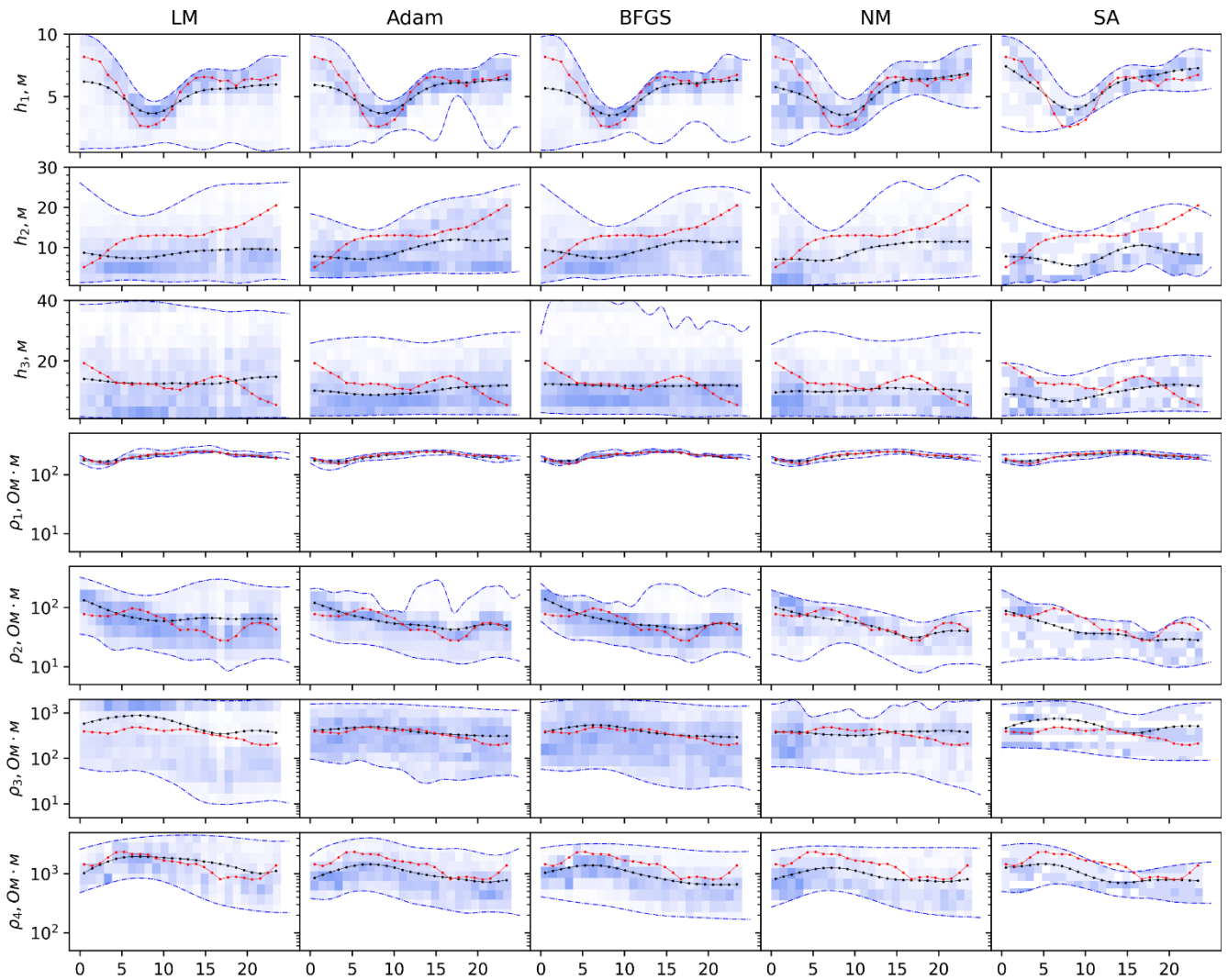


Рисунок 2.2 – Распределения параметров модели по выборке из 200 решений на точку наблюдения, полученные различными методами оптимизации

По оси абсцисс отложены точки наблюдения, по оси ординат – значения соответствующего параметра модели; тон заливки отражает частоту распределения данных в заданных интервалах: темные оттенки соответствуют более высоким значениям частоты, светлые – более низким. Подобная визуализация позволяет

качественно оценить степень неоднозначности результатов инверсии при вариации модели начального приближения $\mathbf{x}_0$.

Получаемые распределения параметров можно считать эмпирическим аналогом апостериорного распределения в байесовском подходе, при этом априорные распределения параметров используются в неявном виде. При рассмотрении рисунка 2.2 можно отметить, что распределения параметров, полученные разными алгоритмами, во многом схожи: дисперсия параметров возрастает с увеличением номера слоя, истинные значения практически во всех случаях лежат в пределах доверительного интервала, ограниченного 0,025 и 0,975 квантилями, однако ширина интервала варьирует в зависимости от метода инверсии. Отдельно можно выделить стохастический метод SA, для которого характерны более узкие диапазоны изменения параметров результирующих моделей, а также более дискретный характер распределений. При наблюдаемом сходстве результатов инверсии разумно отдать предпочтение методам, более эффективным с точки зрения времени вычислений.

На рисунке 2.3 представлены результаты решения обратной задачи по данным модели № 1, полученные с помощью методов эволюционной оптимизации. Как видно, распределения параметров значительно отличаются от рассмотренных ранее (рисунок 2.2): в общем случае параметры результативных геоэлектрических моделей варьируют в более узком диапазоне значений и, соответственно, характеризуются меньшей степенью неоднозначности. Однако в ряде случаев истинные значения параметров почти везде лежат за пределами диапазона от 0,025 до 0,975 квантиля, что наиболее ярко выражено на частотной характеристике распределения параметра ρ_4 при использовании алгоритма GSA.

Следует отметить, что распределения параметров моделей, полученных с применением эволюционных методов, характеризуются выраженной дискретностью. Этот феномен может быть обусловлен ограниченным разнообразием решений в отдельных популяциях: в рассматриваемом примере выборка решений формировалась путем объединения небольшого числа

популяций, при этом решения в рамках одной популяции способны концентрироваться в относительно близких друг к другу областях многомерного поискового пространства в процессе поиска локального или глобального оптимума. Степень дискретности результирующего распределения в значительной мере определяется спецификой используемого оптимизационного алгоритма.

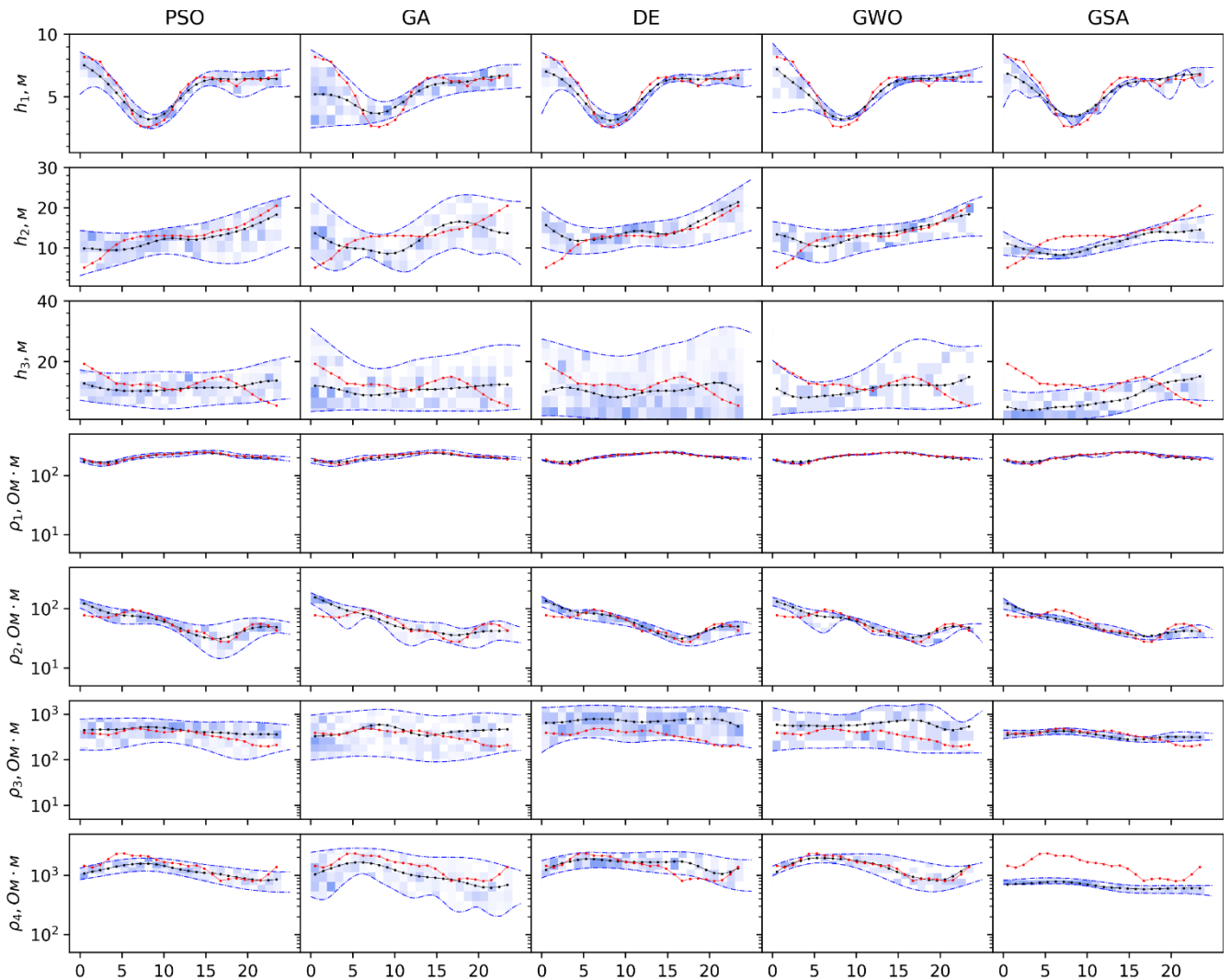


Рисунок 2.3 – Распределения параметров модели по выборке из 4 популяций решений на точку наблюдения, полученные методами эволюционной оптимизации

С другой стороны, высокая степень дискретности результирующих распределений параметров модели может рассматриваться как признак *устойчивости* эволюционного алгоритма. Данное свойство указывает на то, что алгоритм склонен воспроизводить схожие результаты при его многократном

запуске, несмотря на то что каждый запуск алгоритма сопровождается генерацией новой популяции решений.

На рисунке 2.4 приведены распределения параметров, построенные на основе расширенной выборки результатов инверсии эволюционными методами.

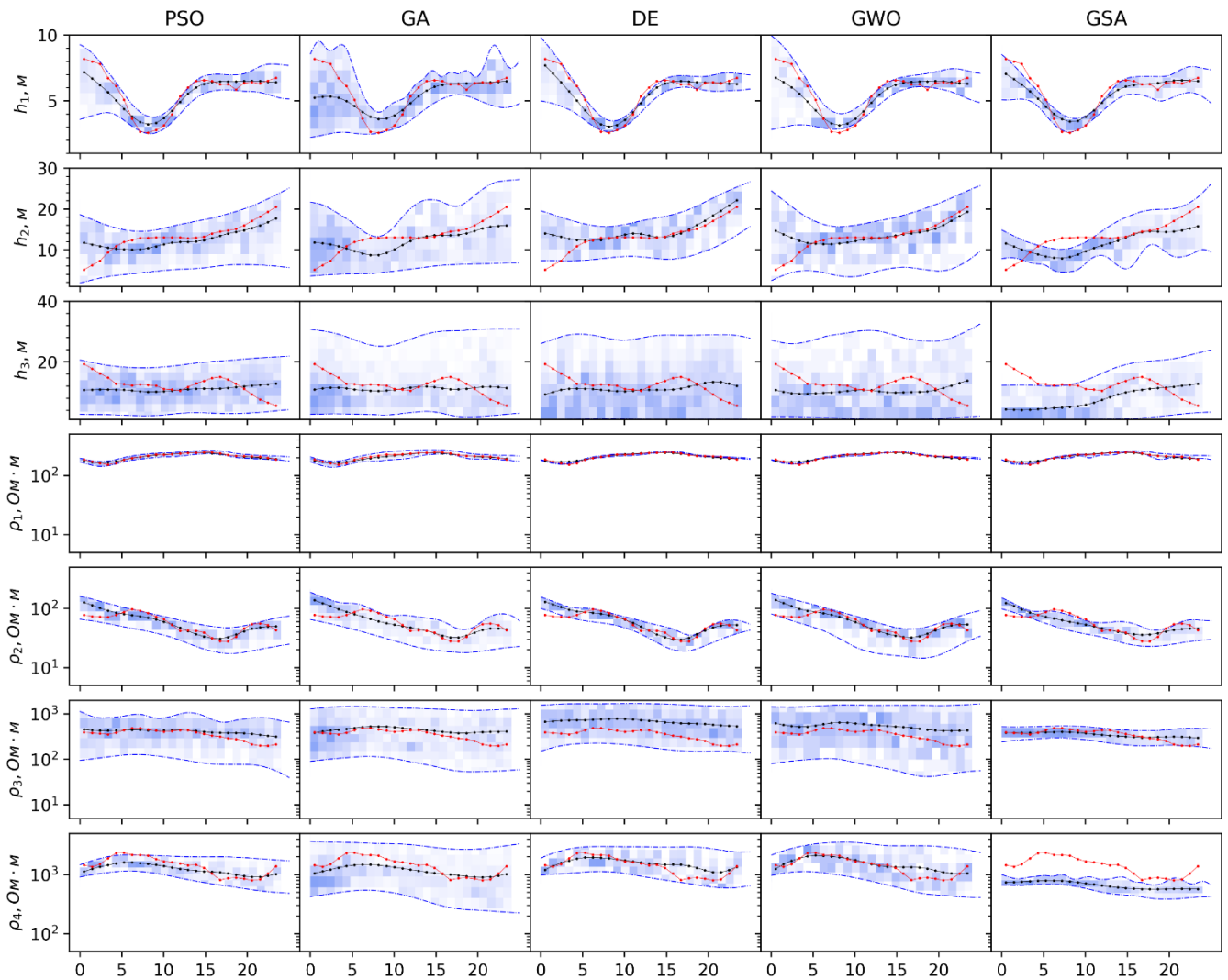


Рисунок 2.4 – Распределения параметров модели по выборке из 20 популяций решений на точку наблюдения, полученные методами эволюционной оптимизации

В данном случае выборка формировалась путем объединения 20 популяций, что в 5 раз превышает объем выборки в представленном ранее примере; размер популяции, как и ранее, составляет 50 особей. На графиках наблюдается незначительное увеличение размаха значений параметров, а также более плавный

характер распределений относительно результатов, полученных по малой выборке (рисунок 2.3).

Для количественной оценки неопределенности, возникающей при интерпретации полученных апостериорных распределений параметров, для каждого метода рассчитан показатель нормированной информационной энтропии $\hat{H}_i$. Значение $\hat{H}_i$ для дискретного распределения параметра x_i рассчитывается следующим образом:

$$\hat{H}_i = \frac{-\sum_{j=1}^M p_j \ln(p_j)}{\ln(M)}, \quad (2.4)$$

$$p_j = \frac{n_j}{\sum_{j=1}^M n_j}, \quad (2.5)$$

где M – это количество равных интервалов, на которые разбивается диапазон $[b_i^L; b_i^U]$ соответствующего параметра x_i , p_j – это оценка вероятности попадания параметра x_i в j -й интервал, n_j – количество решений, значение i -го параметра которых лежит в пределах j -го интервала.

Поскольку значение $\hat{H}_i$ вычисляется отдельно для каждого параметра x_i в каждой точке наблюдения, с целью обобщения результатов рассчитывается осредненное значение $\hat{H}_i^{\text{cp}} = \frac{\sum_j^K \hat{H}_i^j}{K}$, где K – количество точек наблюдения, $\hat{H}_i^j$ – значение показателя $\hat{H}_i$ в j -й точке наблюдения. Рассчитанные значения $\hat{H}_i^{\text{cp}}$ для малой и большой выборки результатов решения обратной задачи эволюционными алгоритмами приведены на рисунке 2.5.

Рассмотрим представленные распределения значений показателя $\hat{H}_i^{\text{cp}}$. Показатель $\hat{H}_i^{\text{cp}}$ отражает разнообразие в некоторой системе, в нашем случае в распределении параметров моделей, полученных в процессе многократного решения обратной задачи (серийных расчетах). Анализ приведенных значений $\hat{H}_i^{\text{cp}}$ позволяет охарактеризовать изучаемые методы с нескольких сторон.

Во-первых, методы, характеризующиеся повышенными значениями $\hat{H}_i^{\text{cp}}$, способны генерировать большее количество разнообразных эквивалентных

решений в рамках допустимой погрешности ε . С другой стороны, методы, характеризующиеся умеренными значениями $\hat{H}_i^{\text{cp}}$, обладают большей устойчивостью: результаты серийных расчетов на их основе более закономерны и предсказуемы. К относительно устойчивым методам на основе приведенных данных можно отнести алгоритм GSA, значения $\hat{H}_i^{\text{cp}}$ для которого в целом существенно ниже по сравнению с другими методами.

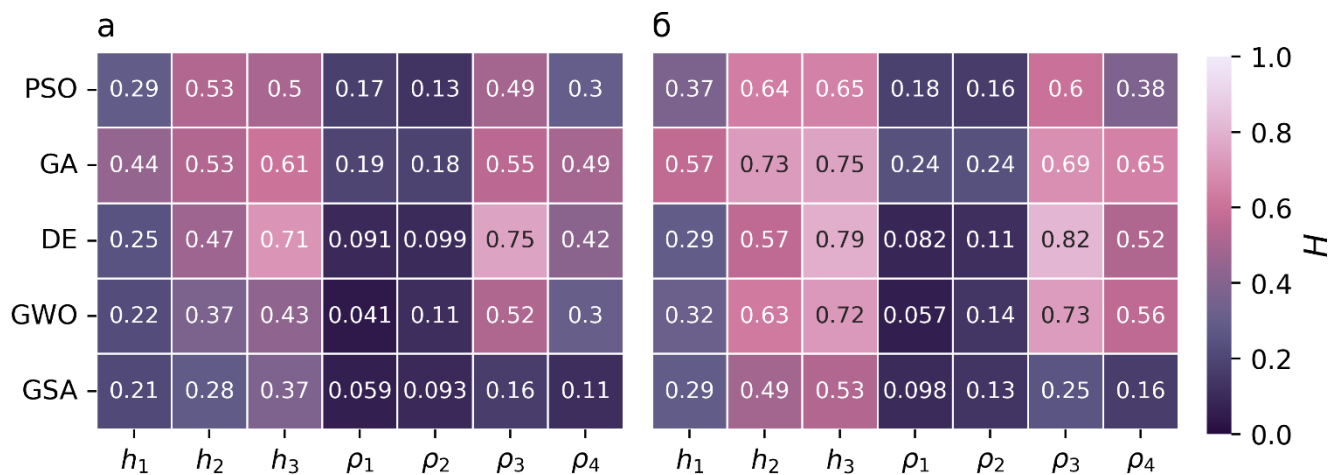


Рисунок 2.5 – Показатель нормированной информационной энтропии по выборкам параметров модели при решении обратной задачи эволюционными методами: а – по малой выборке решений, б – по большой выборке решений

Во-вторых, в некоторых случаях наблюдается значительное увеличение значений $\hat{H}_i^{\text{cp}}$ при увеличении объема выборки за счет многократного запуска алгоритма, что является признаком низкого разнообразия решений в рамках отдельной популяции. Ввиду этого, выборка, состоящая из особей такой популяции, не является репрезентативной – это снижает эффективность использования алгоритма в рамках вероятностно-статистического подхода.

Статистические характеристики результатов решения обратной задачи рассматриваемыми алгоритмами представлены в таблицах 2.2 и 2.3 для малой и большой выборки соответственно. В таблицах приведены следующие параметры:

1. δ^{cp} – средняя невязка решений по всей выборке, выраженная в процентах;

2. N – количество решений, удовлетворяющих критерию $\delta_i < \varepsilon$, где δ_i – невязка i -го решения, выраженная в процентах, ε – пороговое значение, в данном случае $\varepsilon = 10$;

3. MRE – обобщенный показатель среднего относительного отклонения решений $\mathbf{x}_i$ от истинной модели $\mathbf{x}^{\text{ист}}$, выражается как:

$$\text{MRE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{MRE}(\mathbf{x}_i), \quad (2.6)$$

$$\text{MRE}(\mathbf{x}) = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - x_i^{\text{ист}}}{x_i^{\text{ист}}} \right|, \quad (2.7)$$

где n – размерность вектора $\mathbf{x}$, x_i – i -я компонента вектора $\mathbf{x}$, $x_i^{\text{ист}}$ – i -я компонента вектора $\mathbf{x}^{\text{ист}}$;

4. $\hat{H}^{\text{ср}}$ – обобщенный показатель, выражающий среднее значение нормализованной энтропии по всей выборке;

5. T – среднее время, затраченное на получение единичного решения.

Как видно из приведенных данных, значения $\delta^{\text{ср}}$ эволюционных алгоритмов сопоставимы с соответствующими значениями классических методов оптимизации. Показатель MRE эволюционных алгоритмов в общем случае ниже, чем у последних. Время, затраченное на получение единичных решений эволюционными алгоритмами, в среднем меньше, чем при использовании классических методов оптимизации.

Рассмотренные примеры свидетельствуют о перспективности развития методов интерпретации данных ВЭЗ, основанных на вероятностно-статистическом подходе с привлечением алгоритмов эволюционной оптимизации. Эволюционные алгоритмы могут использоваться как самостоятельный способ инверсии, так и как средство формирования стартовой модели для последующей инверсии оптимизационными методами, обеспечивающими локальную сходимость.

Таблица 2.2 – Статистические характеристики по малой выборке решений

Параметр	PSO	GA	DE	GWO	GSA	LM	Adam	BFGS	NM	SA
Модель № 1										
N	4247	369	5000	5000	3889	4163	2153	4225	878	213
δ^{cp} , %	6,1	7,9	4,2	4,2	5,3	5,1	5,8	5,5	7,1	7,1
MRE, %	14,4	22,5	19,9	19,3	18,6	27,8	22,1	22,9	24,8	25,1
$\hat{H}^{cp}$	0,34	0,43	0,40	0,29	0,18	0,64	0,58	0,58	0,56	0,48
T, с	0,004	0,005	0,006	0,003	0,007	0,012	0,031	0,011	0,003	0,026
Модель № 2										
N	3228	2840	5000	5000	2702	4315	2030	3439	1006	416
δ^{cp} , %	7,1	5,7	4,5	4,2	5,7	5,3	5,9	5,7	7,1	6,9
MRE, %	13,1	22,6	17,1	19,1	9,5	22,7	22,7	24,2	24,7	24,1
$\hat{H}^{cp}$	0,29	0,32	0,31	0,25	0,16	0,49	0,48	0,47	0,49	0,45
T, с	0,004	0,006	0,01	0,004	0,01	0,01	0,029	0,01	0,003	0,028

Таблица 2.3 – Статистические характеристики по расширенной выборке решений

Параметр	PSO	GA	DE	GWO	GSA
Модель № 1					
N	20809	1643	25000	25000	18908
δ^{cp} , %	6,1	7,9	4,1	4,2	5,4
MRE, %	15,1	22,1	18,1	19,7	17,6
$\hat{H}^{cp}$	0,43	0,56	0,46	0,45	0,28
T, с	0,004	0,005	0,006	0,004	0,008
Модель № 2					
N	15878	14543	25000	24950	7345
δ^{cp} , %	7,2	5,6	4,5	4,2	5,6
MRE, %	14,9	20,9	17,6	18,1	9,8
$\hat{H}^{cp}$	0,44	0,47	0,46	0,41	0,24
T, с	0,004	0,007	0,007	0,004	0,008

2.2. Гибридный подход к решению обратной задачи вертикального электрического зондирования

Количественная интерпретация кривых ВЭЗ как независимых наблюдений допустима лишь при значительном удалении точек зондирования друг от друга, когда распределение свойств среды на одном участке практически не оказывает влияния на измерения на другом. Однако на практике профильные измерения методом ВЭЗ проводятся с перекрытием разносов на соседних точках наблюдения. Это позволяет, с одной стороны, выявлять на вертикальных разрезах ρ_k проявления С-эффекта [87], а с другой – надежнее выделять латеральные неоднородности вдоль профиля.

При количественной интерпретации данных профильных наблюдений должен соблюдаться *интегральный принцип*, предполагающий геологическую содержательность и пространственную согласованность параметров геоэлектрической модели. Реальный разрез аппроксимируется субгоризонтально-слоистой моделью, наиболее адекватно отражающей структуру осадочных геологических образований [46]. В рамках данного модельного класса предполагается плавное изменение параметров геоэлектрической модели между соседними точками наблюдения. Соответственно, в процессе инверсии профильных данных ВЭЗ следует также использовать такой параметр, как гладкость, характеризующий изменчивость свойств разреза в латеральном направлении. Учет степени гладкости может быть осуществлен путем добавления дополнительных регуляризирующих слагаемых в минимизируемый функционал:

$$F(\mathbf{x}) = \|\boldsymbol{\rho}_k^{\text{набл}} - f(\mathbf{x})\|^2 + \lambda \|L\mathbf{x}\|^2 = \min, \quad (2.8)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ – обобщенный вектор параметров геоэлектрического разреза, $m = nk$, n – количество параметров 1D модели, k – количество точек наблюдения, λ – параметр регуляризации, $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – сглаживающий оператор, представленный блочно-диагональной матрицей:

$$L = \begin{bmatrix} D_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & D_{n,n} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & & & & \\ 1 & -2 & 1 & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

где $D \in \mathbb{R}^{k \times k}$ – оператор конечно-разностной аппроксимации второй производной. Отметим, что компоненты вектора $\mathbf{x}$ отсортированы по параметрам модели и по точкам наблюдения по профилю, т.е. $\mathbf{x} = \{h_1^1, h_1^2, \dots, h_1^k, \rho_1^1, \rho_1^2, \dots, \rho_1^k, \dots, \rho_n^k\}$.

В такой постановке размерность оптимизационной задачи существенно выше, чем в примерах, представленных ранее, где обратная задача ВЭЗ решалась независимо для каждой точки наблюдения. Рассмотрим особенности решения обратной задачи ВЭЗ в данной постановке на синтетической модели, в качестве примера используем геоэлектрический разрез № 1 из раздела 2.1. Параметры генерации моделей для эволюционных алгоритмов взяты из таблицы 2.1.

На рисунке 2.6 представлены результаты решения обратной задачи методом PSO в четырех вариантах. Геоэлектрические модели на рисунках 2.6а и 2.6б получены путем минимизации функционала (2.8) с учетом всей совокупности профильных наблюдений: на рисунке 2.6а показано единичное решение, на рисунке 2.6б – результат осреднения четырех единичных решений; модель в данном случае описывается вектором параметров $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{175}$. Как видно, оба разреза существенно отличаются от исходной модели, невязка единичного решения составляет примерно 40%. Несмотря на более плавное изменение свойств на осредненной модели, она так же характеризуется резкими изменениями параметров и в целом не соответствует субгоризонтально-слоистой модели среды.

На рисунках 2.6в и 2.6г продемонстрированы результаты инверсии кривых КС в рамках отдельных точек наблюдения, т.е. минимизируется функционал (2.2),

а модель характеризуется вектором параметров $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^7$. Невязка единичного решения составляет приблизительно 7%. Геоэлектрический разрез, представленный на рисунке 2.6г, получен путем осреднения четырех популяций $X_i = \{\mathbf{x}_j: F_p(\mathbf{x}_j) < \varepsilon\}$, где $F_p(\mathbf{x}_j)$ – процентная невязка особи, ε – пороговое значение невязки, выступающее в качестве критерия отбора особи; в данном примере $\varepsilon = 10\%$. Данный разрез более схож с исходной моделью и имеет более закономерное изменение свойств (особенно в верхней части) по сравнению с единичным решением, границы слоев достаточно близки к истинным, однако, на разрезе так же наблюдаются скачки параметров в латеральном направлении.

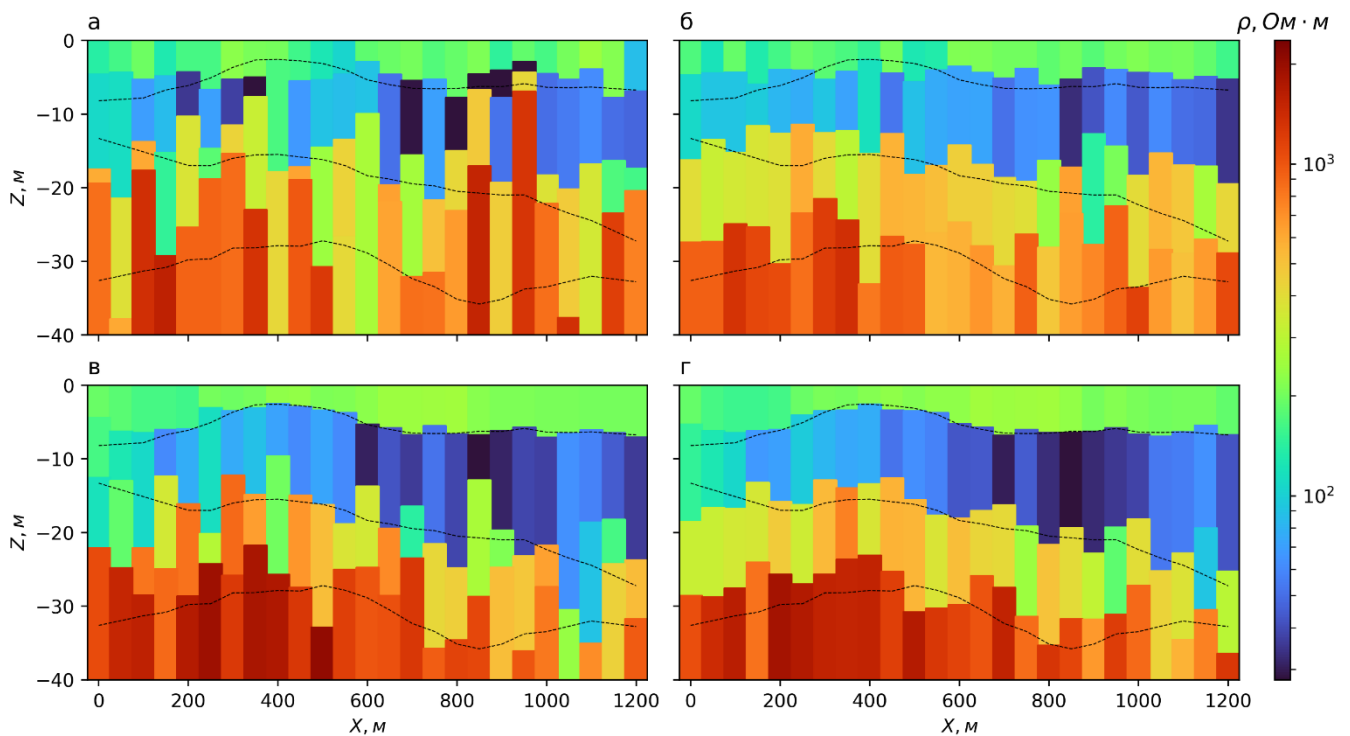


Рисунок 2.6 – Результаты решения обратной задачи алгоритмом PSO: а, б – единичное и обобщенное решения, полученные с учетом всей совокупности профильных наблюдений, в, г – единичное и обобщенное решения, полученные при инверсии в рамках отдельных точек наблюдения

Для эволюционных алгоритмов, как и для большинства методов глобальной оптимизации, характерно резкое снижение эффективности по мере роста числа оптимизируемых параметров. Это явление известно под термином «проклятие

размерности», введенным американским математиком Р. Беллманом. «Проклятие размерности» означает экспоненциальный рост вычислительных затрат при линейном увеличении размерности задачи [110]. Хотя существуют модификации, разработанные для задач высокой размерности (от тысячи параметров и более) [95; 112], в общем случае область эффективного применения большинства алгоритмов глобальной оптимизации ограничена моделями, не превышающими первых десятков-сотен параметров [108]. В этом отношении оптимизационные методы, основанные на вычислении градиента целевой функции, превосходят эволюционные алгоритмы, обеспечивая при этом лишь локальную сходимость.

Рассмотрим решение данной задачи алгоритмом LM в модифицированной форме со сглаживающим оператором. Алгоритм требует задания начального приближения $\mathbf{x}_0$, в ходе итерационного процесса происходит уточнение модели путем поиска поправок δ_k :

$$\delta_k = [J_k^T J_k + \lambda_k \text{diag}(J_k^T J_k) + c L^T L]^{-1} [J_k^T (\mathbf{y} - f(\mathbf{x}_k)) - c L^T L \mathbf{x}_k], \quad (2.11)$$

где k – номер итерации, J_k – матрица частных производных f в точке $\mathbf{x}_k$, λ_k – коэффициент демпфирования на k -й итерации, c – коэффициент сглаживания, L – сглаживающий оператор, $\mathbf{y}$ – вектор наблюдаемых значений ρ_k . Итерационный процесс ведется по формуле $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \delta_k$ [16]. Результаты инверсии алгоритмом LM представлены на рисунке 2.7.

Начальная модель $\mathbf{x}_k$ ($k = 0$) представлена на рисунке 2.7б. На рисунках 2.7в и 2.7г приведены результаты инверсии, полученные при значении коэффициента $c = 0$ и $c = 1$ соответственно, невязка соответствующих решений составляет 4,4% и 5%, количество итераций $k = 10$. Модель, полученная при значении $c = 0$, отличается большей контрастностью и довольно резкими изменениями по латерали в третьем и четвертом слоях. Напротив, решение, полученное при $c = 1$, соответствует субгоризонтально-слоистой модели и во многом схоже с истинной моделью.

Введем понятие *гибридного подхода* к решению обратной задачи – алгоритма, реализующего последовательное решение задачи различными методами оптимизации с целью повышения качества инверсии.

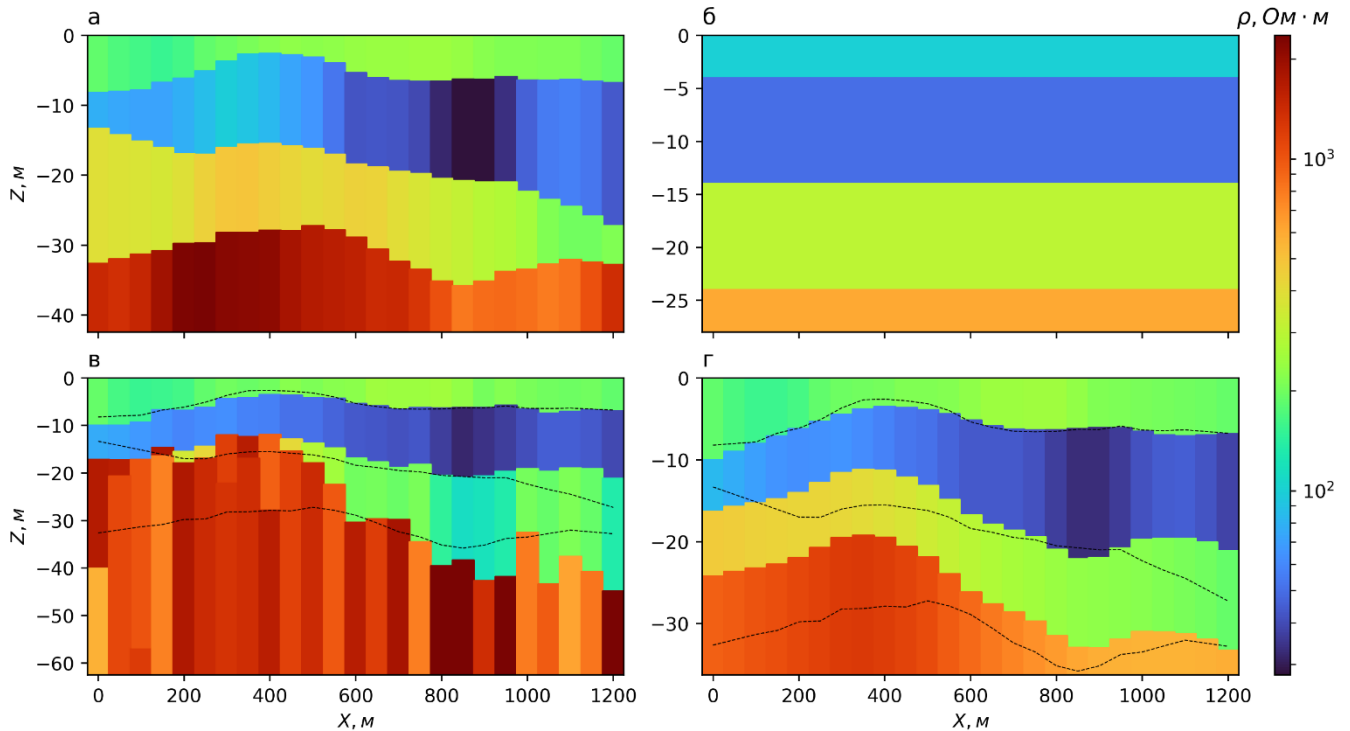


Рисунок 2.7 – Результаты инверсии алгоритмом LM: а – истинная модель, б – модель начального приближения, в, г – итоговые решения, полученные при коэффициенте сглаживания 0 и 1 соответственно

Рассматриваемый подход включает следующие этапы:

1. Решение обратной задачи эволюционными методами для формирования выборки допустимых решений, объединяющей частные решения из одной или нескольких популяций. Частные решения отбираются по заданному критерию невязки ε ;

2. Анализ апостериорных распределений параметров с последующим формированием обобщенной модели $\mathbf{x}_0$, отражающей некоторое интегральное представление множества допустимых решений. Построение такой модели может быть осуществлено путем определения мод, средних, средневзвешенных, медианных и других значений по полученным распределениям параметров;

3. Решение обратной задачи оптимизационными методами, обеспечивающими локальную сходимость, с целью уточнения обобщенного решения $\mathbf{x}_0$, полученного на предыдущем этапе.

Таким образом, гибридный подход, во-первых, вовлекает в процесс инверсии дополнительную апостериорную информацию, представленную в интегральном виде, во-вторых, позволяет избежать особенностей, присущих частному решению, и, в-третьих, корректирует модель для достижения большей детальности. Схожий подход рассмотрен в работе [93], где для определения скоростей поперечных упругих волн последовательно использовались генетический алгоритм и метод Левенберга-Марквардта.

Рассмотрим результаты решения обратной задачи на том же примере с применением гибридного подхода. На первом этапе обратная задача решается несколькими эволюционными алгоритмами с формированием выборки допустимых решений, объединяющей решения четырех популяций. Апостериорные распределения параметров, полученные каждым алгоритмом, представлены на рисунке 2.8.

Для формирования обобщенной модели $\mathbf{x}_0$ взяты средневзвешенные значения параметров распределений, соответствующих методу PSO (рисунок 2.8а). Как видно, для данной обобщенной модели характерны относительно резкие «скачки» параметров по латерали. Для устранения подобных артефактов произведено сглаживание параметров слоев модели в латеральном направлении с помощью интерполяции В-сплайном [116] (рисунок 2.8в). Обобщенные средневзвешенная и гладкая модели использованы в качестве начального приближения $\mathbf{x}_0$ для последующей инверсии алгоритмом LM. Результаты решения обратной задачи алгоритмом LM представлены на рисунках 2.8б и 2.8г, значение сглаживающего коэффициента c в обоих случаях задано равным 0,1.

Очевидно, что итоговые модели, построенные поэтапно в ходе решения обратной задачи в рамках гибридного подхода, наиболее точно воспроизводят исходный геоэлектрический разрез. Наблюдаются некоторые различия в

детальности данных моделей, которые, однако, незначительны. Следовательно, дополнительная постобработка обобщенной модели – относительно регулярной, но содержащей незначительные «скачки» параметров – не дает заметного прироста качества инверсии алгоритмом LM. Характеристики итоговых моделей, полученных при инверсии различными способами, представлены в таблице 2.4.

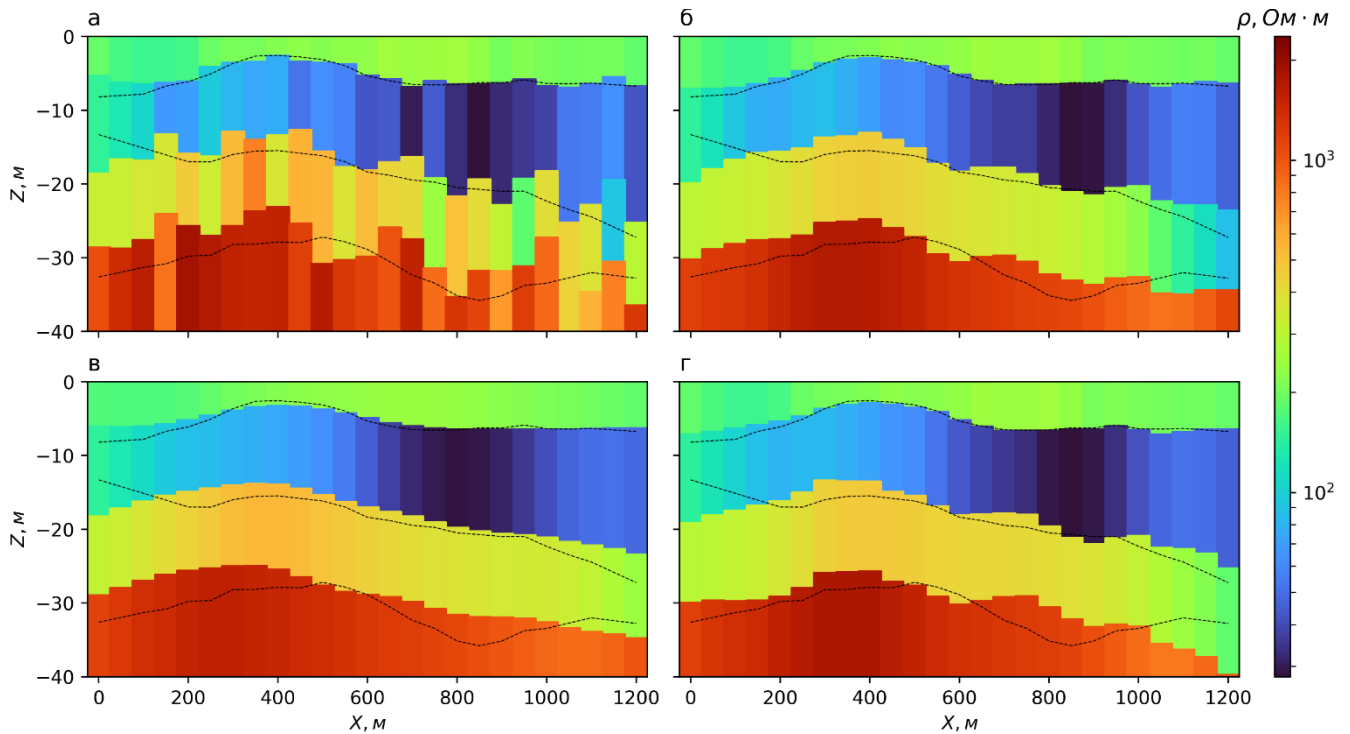


Рисунок 2.8 – Результаты инверсии гибридным подходом: а – обобщенная модель PSO, б – результат инверсии алгоритмом LM с использованием обобщенной модели в качестве стартовой модели, в – обобщенная модель с дополнительным сглаживанием В-сплайном, г – результат инверсии алгоритмом LM с использованием сглаженной обобщенной модели

Таблица 2.4 – Характеристики моделей, полученных при инверсии различными способами

№ модели	Описание модели	Невязка, %	MRE, %
1	Результат решения обратной задачи алгоритмом LM, коэффициент сглаживания $c = 0$ (рисунок 2.7в)	4,4	19,0

№ модели	Описание модели	Невязка, %	MRE, %
2	Результат решения обратной задачи алгоритмом LM, коэффициент сглаживания $c = 1$ (рисунок 2.7г)	5,0	11,7
3	Модель, построенная путем определения средневзвешенных значений распределений параметров по выборке допустимых решений, сформированной алгоритмом PSO (рисунок 2.8а)	5,0	10,5
4	Модель, основанная на модели № 3, с дополнительным сглаживанием на основе интерполяции В-сплайном (рисунок 2.8в)	8,5	9,2
5	Результат решения обратной задачи гибридным подходом, в качестве начального приближения для алгоритма LM используется модель № 3, коэффициент сглаживания $c = 0,1$ (рисунок 2.8б)	4,3	8,0
6	Результат решения обратной задачи гибридным подходом, в качестве начального приближения для алгоритма LM используется модель № 4, коэффициент сглаживания $c = 0,1$ (рисунок 2.8г)	4,4	8,8

Практический пример применения гибридного подхода к решению обратной задачи ВЭЗ

Гибридный подход к решению обратной задачи применен при количественной интерпретации материалов ВЭЗ, полученных в ходе полевых работ на территории поселка Октябрьский, расположенного на юге Пермского края. Набор данных включает результаты наблюдений ВЭЗ в 28 точках, расположенных в пределах одного профиля, а также геологическую информацию о вскрытом разрезе в центральной части профиля (таблица 2.5).

Исследования проводились четырехэлектродной установкой Шлюмберже, использовались полуразносы питающей линии АВ/2 от 1,6 до 160 м, увеличивающиеся с коэффициентом геометрической прогрессии 1,26, длина приемной линии MN составляла 1 и 10 м.

Таблица 2.5 – Геолого-геофизическая характеристика разреза скважины в пос. Октябрьском

№ слоя	Описание грунта	Глубина подошвы, м	Мощность слоя, м	Значение УЭС, Ом·м
1	Почвенно-растительный слой	0,2	0,2	100
2	Суглинок твердый, песчанистый	2,0	1,8	50
3	Суглинок твердый, пылеватый, с включением дресвы и щебня известняка	6,4	4,4	30
4	Известняк прочный трещиноватый, местами выветрелый до состояния карбонатной муки, появление воды на глубине 9,8 м	13,7	7,3	100
5	Доломит малопрочный, слаботрещиноватый, выветрелый, с прослоями суглинка	18,2	4,5	300
6	Известняк прочный, слаботрещиноватый, слабыветрелый	-	-	600

На основе априорной геологической информации выбрана модель начального приближения и определены параметры распределений для генерации решений в рамках эволюционных алгоритмов. После четырех циклов инверсии каждым алгоритмом сформирована выборка допустимых решений, критерий отбора $\varepsilon = 10\%$. Для каждой точки наблюдения рассчитана обобщенная модель путем осреднения параметров по всей выборке, характеристики обобщенных моделей представлены на рисунке 2.9.

Обобщенные модели характеризуются средним значением невязки F_p , параметром $\nabla^2 \in [0; 1]$, выражающим контрастность модели в конкретной точке наблюдения и определяемым на основе конечно-разностной аппроксимации второй производной, а также комплексным параметром $\Omega = \hat{F}_p + \nabla^2$, где $\hat{F}_p \in [0; 1]$ представляет собой нормализованное значение параметра F_p по всем обобщенным моделям.

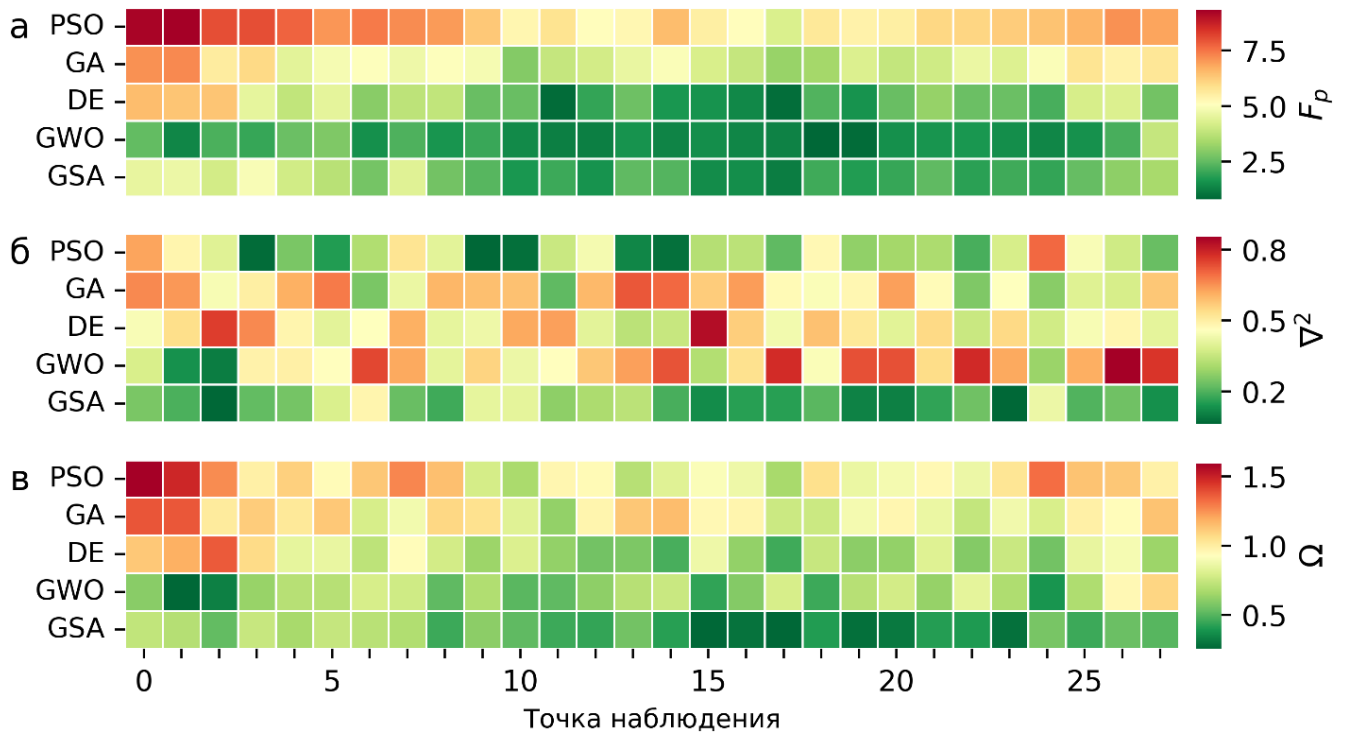


Рисунок 2.9 – Распределения показателей обобщенных моделей, полученных при инверсии профилейных данных ВЭЗ различными методами: а – показатель средней невязки F_p , б – показатель контрастности ∇^2 , в – комплексный параметр Ω

Для последующей инверсии алгоритмом LM выбрана обобщенная модель, полученная с помощью алгоритма GSA и отличающаяся сравнительно низкими значениями параметра Ω . Результаты инверсии алгоритмом LM с использованием двух моделей начального приближения представлены на рисунке 2.10. В первом случае в качестве начального приближения используется горизонтально-слоистая модель с однородным распределением свойств в пределах каждого слоя (рисунок 2.10а). После выполнения 5 итераций алгоритмом LM достигается величина невязки $F_p = 4,1\%$, соответствующее решение представлено на рисунке 2.10б. Модель геоэлектрического разреза, представленная на рисунке 2.10г, получена в результате гибридной инверсии с использованием обобщенной модели GSA (рисунок 2.10в), значение невязки F_p после 5 итераций алгоритмом LM составляет 2%. Обе результирующие модели в целом соответствуют априорным представлениям о разрезе, при этом решение, полученное при реализации

гибридного подхода, характеризуется большей детальностью и соответствием наблюдаемым данным ρ_K .

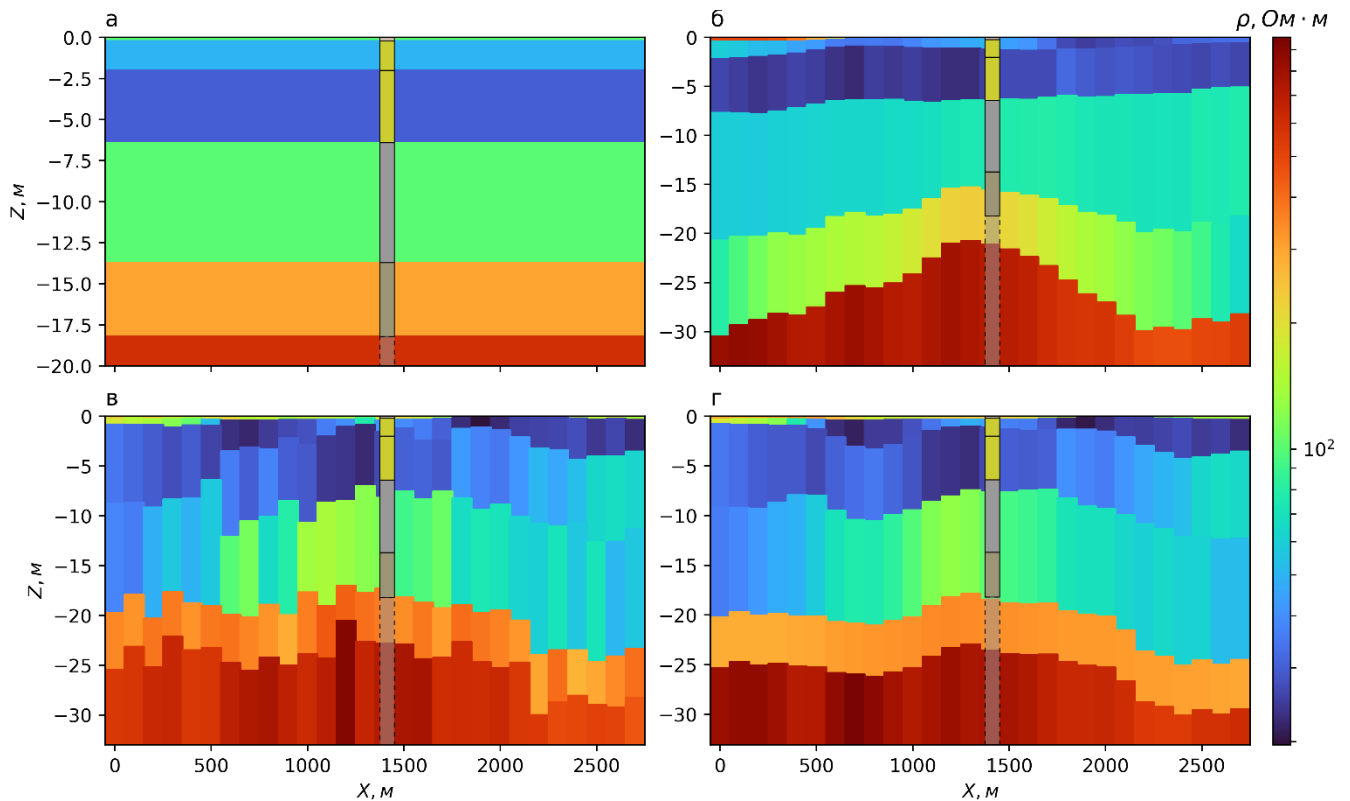


Рисунок 2.10 – Результаты решения обратной задачи: а – модель начального приближения для алгоритма LM, б – результат инверсии алгоритмом LM с использованием заданной модели начального приближения, в – обобщенная модель, полученная при инверсии алгоритмом GSA, г – результат инверсии на основе гибридного подхода

Гибридный подход к решению обратной задачи ВЭЗ, таким образом, представляет собой эффективный способ повышения качества результатов инверсии за счет комбинирования эволюционных алгоритмов с градиентными методами оптимизации. Первые позволяют получить общее представление о возможной структуре геоэлектрического разреза на основе апостериорных распределений параметров и выделить некоторое обобщенное решение обратной задачи, а вторые уточняют обобщенное решение с требуемой степенью детальности, оперируя моделями более высокой размерности.

2.3. Количественная интерпретация данных вертикального электрического зондирования в пределах Верхнекамского месторождения солей на основе эволюционной оптимизации

Краткая характеристика исследуемой территории

В рамках исследований с целью выявления проблемных участков при функционировании рудников в пределах Верхнекамского месторождения солей (ВКМС) проведены электроразведочные работы методом ВЭЗ, направленные на уточнение распределения геоэлектрических свойств горных пород.

Территория исследований расположена в северной части Пермского края. В тектоническом отношении территория относится к Соликамской впадине Предуральского краевого прогиба [48]. Относительно структур кровли соляной толщи изучаемый участок расположен в пределах северной впадины Дурыманского прогиба и его бортов. Кровля покровной соли в пределах изучаемой территории залегает на абсолютных отметках от -20 до -130 м. Участок исследований с расположением пяти электроразведочных профилей с общим количеством точек ВЭЗ $N=148$ и двух близлежащих скважин представлен на рисунке 2.11а. Шаг по профилям нерегулярный и составляет в среднем 150-200 м. В ходе работ использовались полуразносы питающей линии АВ/2 от 3 до 750 м (до 900 м на профилях 1 и 3) с коэффициентом геометрической прогрессии 1,4-1,5. Длина приемной линии MN составляла 2, 20 и 100 м.

Разрез, вскрытый скважинами №1 и № 2, представлен на рисунке 2.11б, в разрезе выделяется 6 основных горизонтов: четвертичный (Q), пестроцветная толща (ПЦТ), терригенно-карбонатная толща (ТКТ), соляно-мергельная толща (СМТ), покровная каменная соль (ПКС) и сильвинит-карналлитовая зона (СКЗ).

Параметры распределений мощностей и УЭС слоев модели для последующей инверсии формировались на основе приведенной геологической информации — для всей исследуемой площади геоэлектрическая модель представлена шестислойным разрезом.

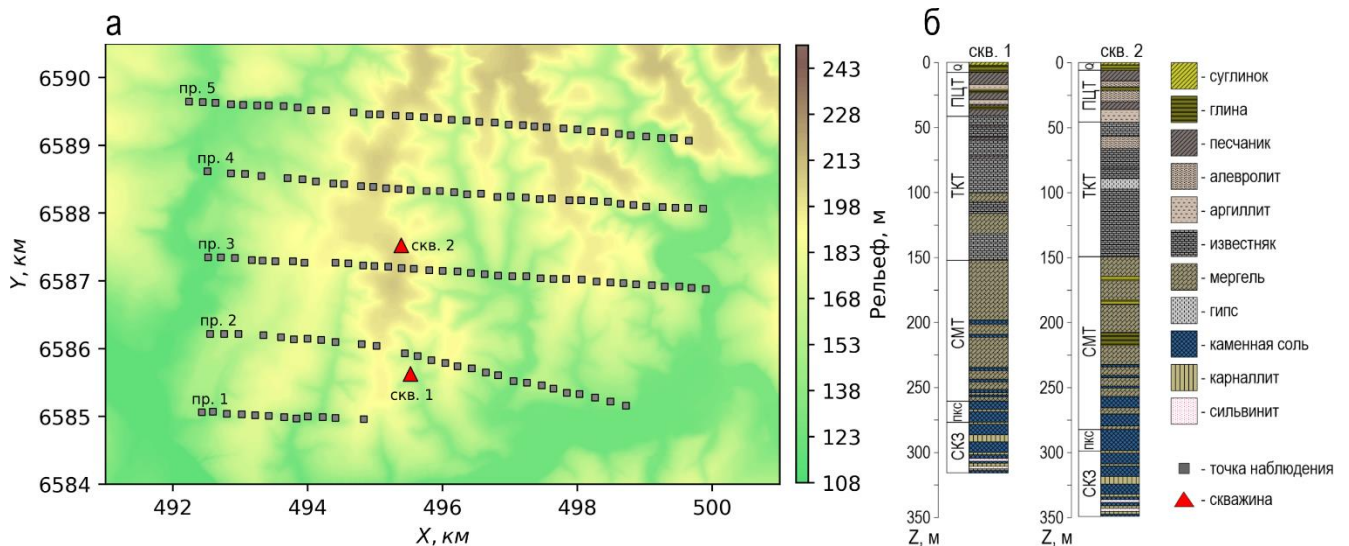


Рисунок 2.11 – Сводная информация об участке исследования: а – площадь исследования с расположением точек наблюдения и геологических скважин, б – геологические разрезы по скважинам № 1 и № 2

Результаты количественной интерпретации данных ВЭЗ в пределах ВКМС

При количественной интерпретации данных ВЭЗ использовались эволюционные алгоритмы PSO, GA, DE, GWO и GSA. Для каждого алгоритма заданы одинаковые значения количества итераций $K=25$ и количества особей $M=25$. Инверсия с указанными параметрами K и M проводилась 8 раз каждым алгоритмом для каждой отдельной точки наблюдения для формирования выборки допустимых решений $X^* = \bigcup_{i=1}^n X_i$, где n – количество отдельных популяций, равное количеству запусков эволюционного алгоритма (в нашем случае $n=8$), X_i – отдельная популяция, сформированная в ходе i -го запуска эволюционного алгоритма. При этом $X_i = \{\mathbf{x}: F_p(\mathbf{x}) \leq \varepsilon\}, j = 1, \dots, M$, где ε – пороговое значение невязки, используемое для отбора решения в итоговую выборку, в данном случае $\varepsilon=20\%$. Выбор значения ε обусловлен уровнем помех в наблюдаемых значениях ρ_k . Стоит отметить, что в случае, если $X_i = \emptyset$, т.е. невязка всех решений в рамках i -й популяции больше заданного значения ε , то $X_i = \{\mathbf{x}^{gbest}\}$, где $\mathbf{x}^{gbest}$ – решение, характеризующееся минимальной невязкой.

В результате инверсии получены распределения невязок в зависимости от алгоритма, представленные на рисунке 2.12. Как видно из графика распределений, большая часть решений характеризуется значением невязки от 10% до 20%. Также стоит обратить внимание на то, что объем выборки решений методом GSA значительно ниже, чем у остальных методов, что может указывать на необходимость корректировки гиперпараметров алгоритма под конкретную задачу.

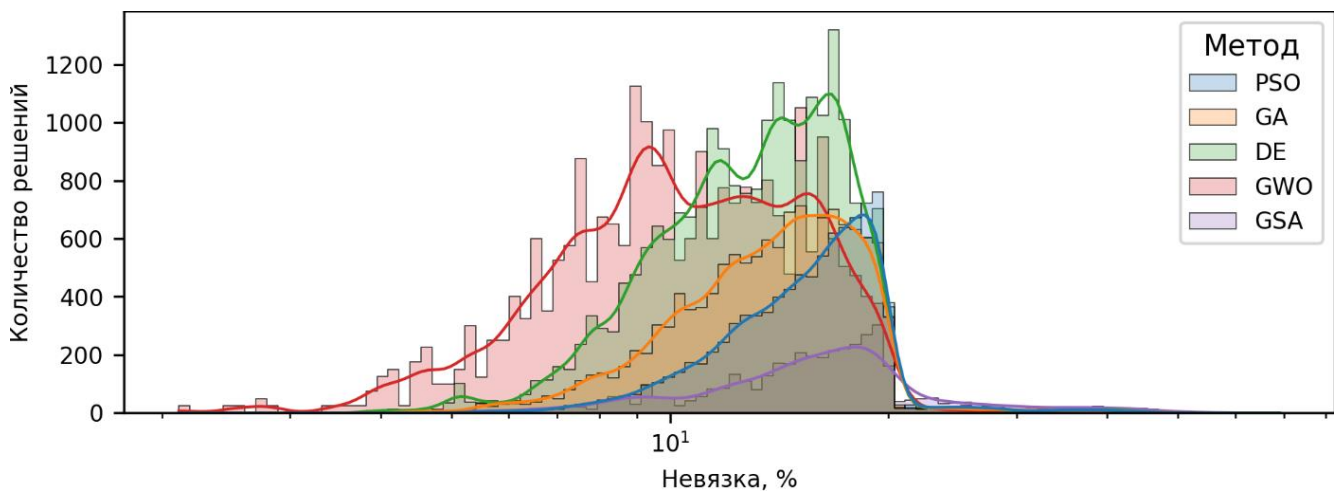


Рисунок 2.12 – Распределение невязок решений, полученных при инверсии методами эволюционной оптимизации

Рассмотрим пространственное распределение параметров F_p и ∇^2 обобщенных решений (см. раздел 2.2) для каждого метода (рисунок 2.13). В западной части исследуемой площади практически во всех случаях наблюдаются повышенные значения невязки F_p , что, вероятно, свидетельствует об относительно низком качестве полевых материалов. Наиболее низкими значениями F_p характеризуется метод GWO, однако при рассмотрении распределения параметра ∇^2 можно заметить, что обобщенные разрезы, соответствующие алгоритму GWO, относительно неустойчивы, и имеют резкие скачки параметров в латеральном направлении. Наиболее гладким и устойчивым решениям соответствуют

алгоритмы PSO и GSA. Обобщенные геоэлектрические разрезы, соответствующие методу PSO, представлены на рисунке 2.14а.

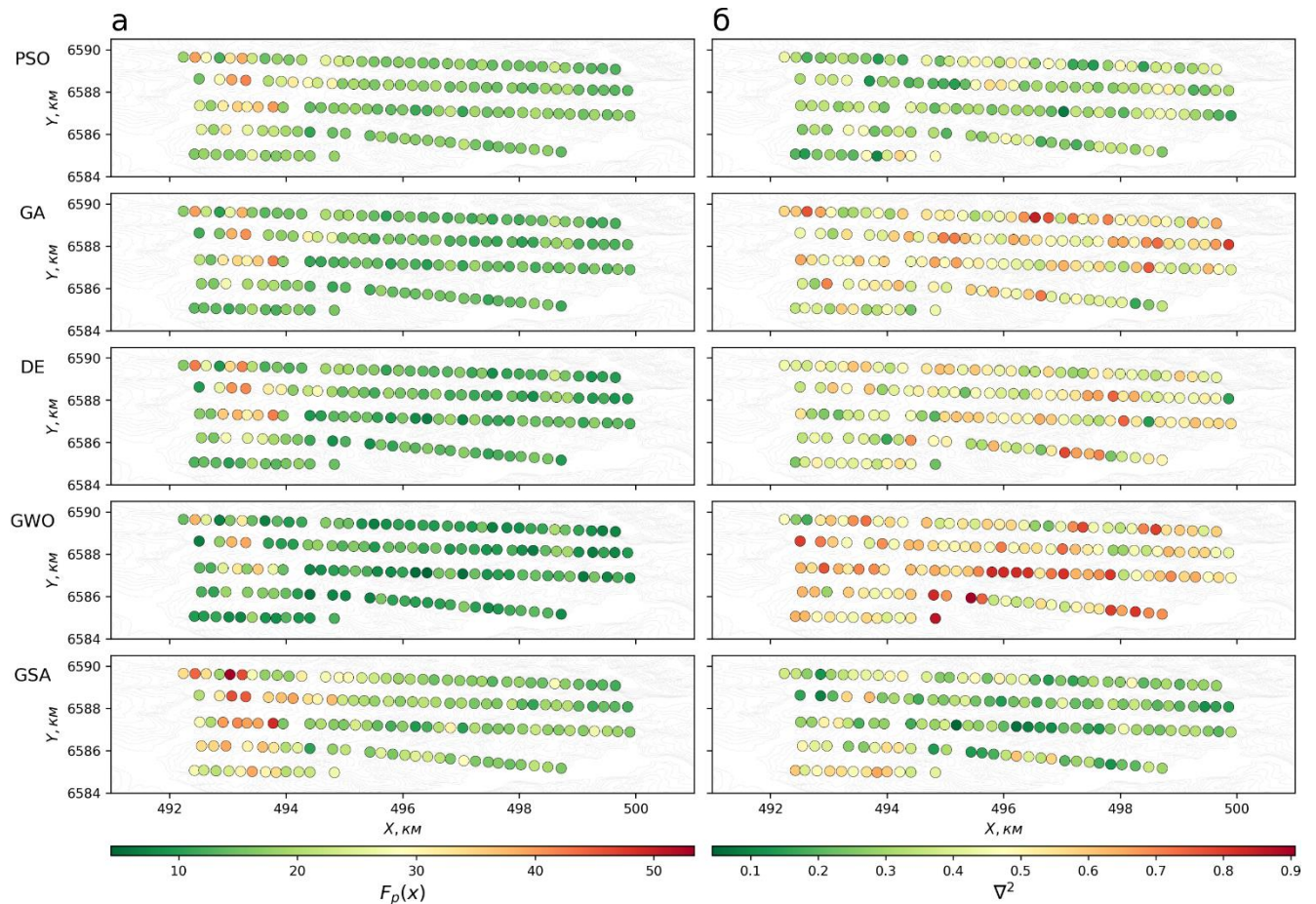


Рисунок 2.13 – Характеристики обобщенных решений, полученных эволюционными алгоритмами в рамках отдельных точек наблюдения, по показателю:

а – средней невязки F_p , б – контрастности ∇^2

Представленные обобщенные модели используются в качестве начального приближения при инверсии алгоритмом LM (рисунок 2.14б). В результате инверсии эволюционным алгоритмом, помимо построения результирующей обобщенной геоэлектрической модели, обеспечивается возможность отображения на разрезе характеристик апостериорных распределений параметров слоев, в частности глубин залегания, визуализируемых в форме диаграмм типа «ящик с усами». Таким образом, появляется возможность количественной оценки неоднозначности определения конкретных параметров модели. В целом по всем

разрезам наблюдается тенденция к увеличению разброса значений параметров с увеличением номера слоя.

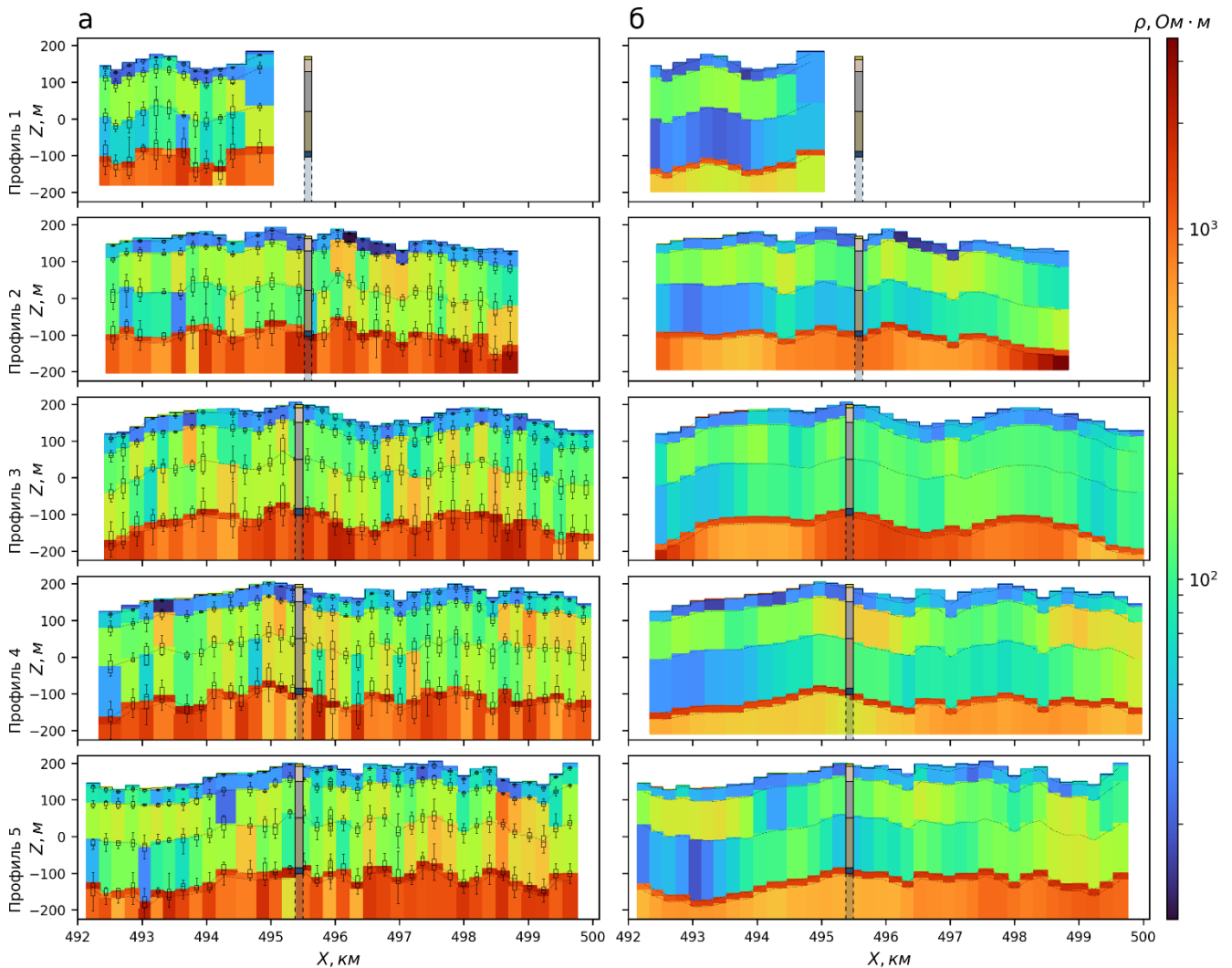


Рисунок 2.14 – Результаты количественной интерпретации профильных наблюдений ВЭЗ в пределах ВКМС: а – методом PSO, б – гибридным подходом

Как упоминалось ранее, обобщенные разрезы, полученные по выборке решений алгоритмом PSO, использованы в качестве начального приближения для последующей инверсии алгоритмом LM. Количество итераций для последнего задано равным 10, коэффициент сглаживания $c=1$. Результирующие модели в целом соответствуют априорным геологическим данным в центральной части разреза, однако в краевых частях наблюдается значительное опускание границы, отождествляемой с кровлей горизонта ПКС, что расходится с имеющейся

геологической информацией. Невязки обобщенных решений алгоритмом PSO и результатов гибридной инверсии приведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Невязки результатов инверсии профильных данных ВЭЗ в пределах ВКМС

Описание способа решения обратной задачи	Средняя невязка по профилю наблюдений, %				
	Профиль № 1	Профиль № 2	Профиль № 3	Профиль № 4	Профиль № 5
Обобщенное решение, сформированное путем осреднения параметров модели по 8 популяциям решений алгоритмом PSO	18,04	17,99	19,14	19,78	18,84
Гибридный подход на основе использования обобщенных решений, полученных алгоритмом PSO, в качестве начального приближения для инверсии алгоритмом LM	14,29	15,93	17,62	19,27	18,46

Выводы по главе 2

Основным требованием большинства методов оптимизации, определяющим успех подбора в рамках поставленной задачи, является выбор адекватной модели начального приближения $\mathbf{x}_0$. Существующие оптимизационные методы в основном оперируют заданной фиксированной моделью $\mathbf{x}_0$, в большей степени это касается методов оптимизации первого и второго порядка. При неточных и грубых оценках параметров модели или отсутствии достаточного объема априорных данных такие алгоритмы зачастую дают неверные или малосодержательные решения.

В рамках методов эволюционной оптимизации отсутствует начальное приближение как некоторая заданная фиксированная модель $\mathbf{x}_0$. Вместо этого эволюционные алгоритмы оперируют *способом* формирования допустимых

решений $\mathbf{x}$, основанным, например, на генерации параметров моделей из некоторого закона распределения. Другой особенностью эволюционных алгоритмов, не препятствующей поиску оптимального решения, является возможность задания жестких ограничений на значения вектора параметров модели $\mathbf{x}$. Таким образом, эволюционные алгоритмы характеризуются гибкостью при формализации априорной информации.

Итоговым решением обратной задачи при использовании эволюционных методов может выступать набор отдельных особей популяции $X = \{\mathbf{x}_i: F_p(\mathbf{x}_i) \leq \varepsilon\}$, удовлетворяющих заданному критерию отбора ε , что значительно ускоряет процесс формирования множества допустимых решений и открывает возможности для рассмотрения результатов инверсии в рамках вероятностно-статистического подхода.

На синтетических и практических примерах показано, что путем объединения множества единичных решений из различных популяций, сформированных в результате нескольких запусков эволюционного алгоритма, достигается устойчивое выделение структурных особенностей на обобщенных геоэлектрических разрезах. По результатам вычислительных экспериментов установлено, что временные затраты на получение единичного решения при инверсии популяционными методами приблизительно в 2–3 раза меньше по сравнению с методами, требующими вычисления градиента целевой функции.

Рассмотрены на синтетических и практических примерах особенности эволюционных алгоритмов при инверсии данных ВЭЗ в двух постановках: при инверсии одиночных зондирований и при инверсии с учетом всей совокупности данных при профильных наблюдениях ВЭЗ. Область эффективного применения эволюционных алгоритмов в значительной мере зависит от количества параметров модели, что характерно для большинства алгоритмов эволюционной оптимизации. Однако даже при инверсии одиночных зондирований в результате накопления решений удастся получить достаточно содержательные геоэлектрические разрезы.

Обобщенные модели, полученные эволюционными алгоритмами, могут использоваться в качестве начального приближения $\mathbf{x}_0$ для методов оптимизации, обеспечивающих локальную сходимость. За счет гибридной инверсии достигается более высокая точность результирующих моделей.

Таким образом, первое защищаемое положение, посвященное исследованию возможностей эволюционных алгоритмов как инструмента устойчивого решения обратной задачи ВЭЗ, не требующего формирования стартовых моделей геоэлектрических разрезов, обосновано и доказано.

ГЛАВА 3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИРАЗВЕДКИ НА ОСНОВЕ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

3.1. Нелинейные обратные задачи гравirazведки

Обратные задачи в геофизике традиционно подразделяют на два основных класса в зависимости от типа оператора прямой задачи – линейные и нелинейные. К линейным задачам относят обычно те, в которых определяются физические характеристики изучаемых геологических объектов с заданными размерами, формой и местоположением, например, плотность σ в гравirazведке или намагниченность J в магниторазведке. В нелинейных обратных задачах искомыми величинами геологических объектов являются их геометрические параметры. Обратная задача гравirazведки в нелинейной постановке состоит в нахождении пространственного распределения масс $\mathbf{P}$ с априорно заданными значениями плотности по заданному гравитационному полю $\mathbf{V}$ этих масс [18].

В рамках нелинейных обратных задач гравirazведки выделяются три идеализированных класса:

1. Задачи рудного типа: в данной постановке аномалиеобразующими объектами являются изолированные тела с фиксированной или переменной плотностью σ , расположенные в однородной по плотности вмещающей среде;
2. Структурные задачи: в данной постановке носителем масс является слоистая среда, при этом каждый из слоев заполнен массами постоянной или переменной плотности;
3. Задачи со сложным распределением масс: смешанная постановка, при которой распределения масс, характерные для рудных и структурных задач, объединены в единой модели [15].

Основной теоретической предпосылкой решения обратных задач гравirazведки с использованием популяционно-ориентированных алгоритмов оптимизации является существование множества равновероятных (в общем

случае) допустимых решений, отвечающих априорным представлениям о геометрических параметрах и эффективной плотности источников поля, а также обеспечивающих требуемое значение невязки наблюдаемого и модельного полей ε . Такие решения принято называть ε -эквивалентными.

В разделе 2 было показано, что эффективность эволюционных алгоритмов резко снижается при увеличении размерности оптимизационной задачи. Представляется наиболее результативным использование эволюционных алгоритмов в рамках решения нелинейных обратных задач гравиразведки рудного типа: размерность задачи при параметризации источников аномального поля в данной постановке обычно составляет первые десятки-сотни параметров.

Существуют примеры применения эволюционных алгоритмов при количественной интерпретации гравитационных аномалий. Иранские геофизики успешно использовали метод PSO для моделирования поверхности фундамента нефтегазоносного осадочного бассейна по аномальному гравитационному полю в провинции Голестан [107]. Имеется пример успешного использования алгоритма GWO при инверсии гравитационных и магнитных аномалий [89]. В той же работе рассматривается вопрос помехоустойчивости эволюционных алгоритмов GWO и PSO при количественной интерпретации данных геопотенциальных полей.

Рассматриваемые далее примеры решения нелинейных обратных задач гравиразведки относятся к классу задач рудного типа.

3.2. Решение двумерной нелинейной обратной задачи гравиразведки на основе эволюционной оптимизации

Задача определения положения и формы источника аномалии силы тяжести Δg_B сводится к оптимизационной задаче:

$$\mathbf{x}^{opt} = \underset{\mathbf{x} \in D}{\operatorname{argmin}} F(\mathbf{x}), \quad (3.1)$$

где D – область поиска решения, $\mathbf{x}$ – вектор, отражающий геометрические параметры источника аномального поля, $F(\mathbf{x})$ – функционал, выражающий

среднеквадратическое отклонение между наблюдаемым и модельным полем. В рассматриваемом подходе модель возмущающего объекта представлена многоугольной горизонтальной призмой бесконечного простираения, характеризующейся вектором параметров $\mathbf{x} = \{x_1, z_1, \dots, x_n, z_n\}$, где n – количество углов призмы, x_i и z_i – горизонтальные и вертикальные координаты угловых точек призмы соответственно. Для данной модели разработаны аналитические методы решения прямой задачи, представленные, например, в работах [6; 8]. Рассмотрим результаты решения обратной задачи рудного типа различными оптимизационными алгоритмами на примере двух синтетических моделей.

Одиночный аномалиеобразующий объект штокообразной формы, характеризующийся эффективной плотностью $0,3 \text{ г/см}^3$, представлен на рисунке 3.1. Аномалия силы тяжести Δg_B рассчитана в 50 точках наблюдения, равномерно расположенных вдоль профиля длиной 10 км. Значения поля осложнены нормально распределенной помехой с интенсивностью до 5% от максимума аномалии Δg_B .

Для определения положения и формы источника аномалии Δg_B воспользуемся оптимизационными алгоритмами, рассмотренными в главе 2, а также дополнительно методом сопряженных градиентов (Conjugate Gradient, далее CG). Для формирования начальных приближений $\mathbf{x}_0$ и генерации особей (в эволюционных алгоритмах) в области поискового пространства D , заданной ограничениями $2 < x < 8 \text{ км}$ и $-5 < z < 0 \text{ км}$, случайным образом размещаются шестиугольные призмы, координаты угловых точек которых соответствуют компонентам вектора $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^{12}$.

Для формирования множества допустимых решений обратной задачи $Q = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k\}$ каждый алгоритм инверсии запускается по k раз, в данном случае $k=50$. В качестве решения выбирается вектор $\mathbf{x}_i$, обеспечивающий минимум расхождения наблюдаемого и модельного полей. При инверсии эволюционными алгоритмами так же в качестве решения из всех особей отдельной популяции X_i выбирается модель $\mathbf{x}^{best}$, характеризующаяся минимальной невязкой.

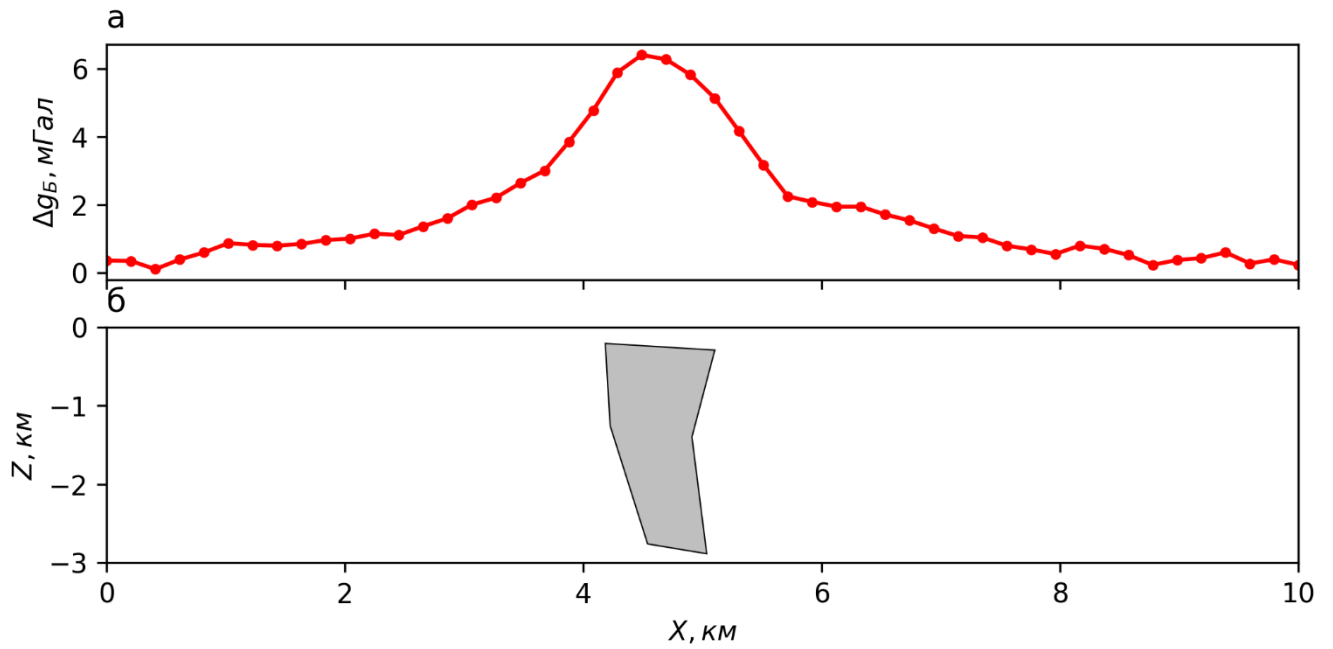


Рисунок 3.1 – Синтетическая модель № 1: а – график Δg_B , б – источник аномалии силы тяжести

После формирования множества Q определяется подмножество решений $\mathbf{x}_i \in Q^* \subseteq Q$, удовлетворяющих следующим критериям:

1. Невязка решения меньше порогового значения $\varepsilon=0,3$ мГал;
2. Компоненты вектора $\mathbf{x}_i$, соответствующие координатам x угловых точек призмы, удовлетворяют условию $x \in (2; 8)$;
3. Компоненты вектора $\mathbf{x}_i$, соответствующие координатам z угловых точек призмы, удовлетворяют условию $z \in (-5; 0)$.

Для визуализации множества допустимых решений обратной задачи Q^* воспользуемся функцией локализации $\lambda(V_j)$, определяемой следующим образом:

$$\lambda(V_j) = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi(V_j, \Omega)}{n}, \quad (3.2)$$

$$\varphi(V_j, \Omega) = \begin{cases} 1, & V_j \in \Omega \\ 0, & V_j \notin \Omega \end{cases} \quad (3.3)$$

где $n = |Q^*|$ – количество допустимых решений, V_j – элемент замощения в области среды D (области поиска), $\Omega \in Q^*$ – носитель возмущающих масс, отождествляемый с отдельным решением $\mathbf{x}_i$ обратной задачи. Функция локализации выражает частоту, с которой среди всех допустимых носителей Ω

встречаются те, чьим фрагментом является «элементарная» область пространства V_j [3].

Пространственные распределения функции локализации, рассчитанные по множеству допустимых решений Q^* для каждого алгоритма, представлены на рисунке 3.2. В целом полученные распределения $\lambda(V_j)$ во многом схожи, однако, распределения на рисунке 3.2а характеризуются большей неоднозначностью в результате проявления структуры частных решений вследствие малой мощности множества Q^* .

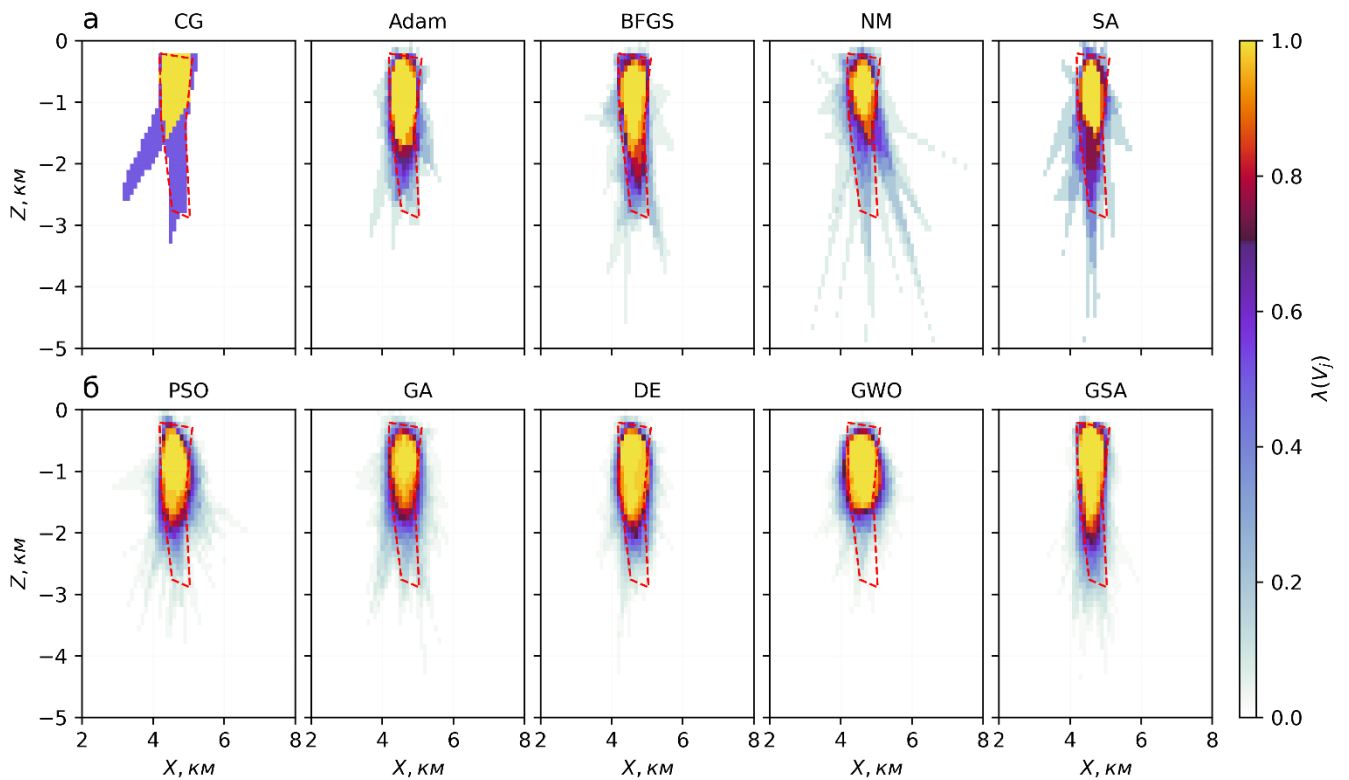


Рисунок 3.2 – Пространственное распределение функции локализации, рассчитанной на основе множества решений Q^* : а – методами, не относящимися к эволюционным, б – эволюционными алгоритмами

Для оценки эффективности решения обратной задачи тем или иным алгоритмом предлагается рассмотреть следующие характеристики:

1. Распределение коэффициента Танимото $\Phi(S_1, S_2)$, рассчитываемого для отдельных решений $\mathbf{x}_i \in Q^*$. Коэффициент Танимото отражает меру сходства двух множеств S_1 и S_2 и определяется следующим образом:

$$\Phi(S_1, S_2) = \frac{c}{a + b - c}, \quad (3.4)$$

где $c = |S_1 \cap S_2|$, $a = |S_1|$, $b = |S_2|$, S_1 и S_2 – множества элементов замощения V_j , относящихся к истинной модели и к подобранной модели $\mathbf{x}_i$ соответственно;

2. Распределение невязок отдельных решений $\mathbf{x}_i \in Q$;

3. Общее время расчетов T , затраченное на формирование множества Q ;

4. Количество допустимых решений $N = |Q^*|$.

Вышеперечисленные характеристики представлены в графическом виде на рисунке 3.3.

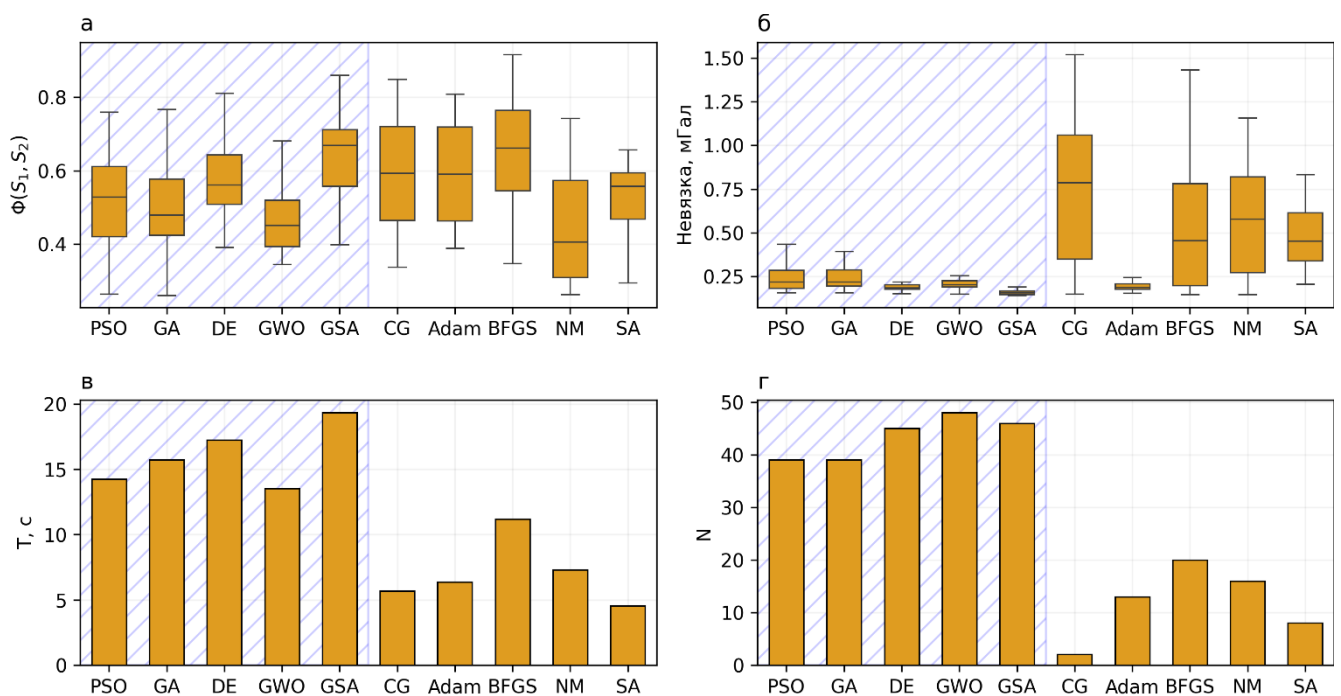


Рисунок 3.3 – Статистические характеристики решений обратной задачи: а – распределение коэффициента Танимото, б – распределение невязок, в – общее время расчетов, г – количество допустимых решений N ; синей штриховкой выделены характеристики, относящиеся к эволюционным алгоритмам

Наиболее важно обратить внимание на значения параметра N , отражающего количество решений, которые удовлетворяют критериям допустимой невязки и принадлежности к поисковой области D . Как видно, значения N значительно выше в случае использования эволюционных алгоритмов. Низкие значения параметра N указывают на то, что большая часть решений множества Q либо находится за пределами поисковой области D , либо характеризуется достаточно высокой невязкой. Соответственно, для соблюдения указанных требований при работе с алгоритмами безусловной оптимизации, основанными на вычислении градиента, необходимо видоизменять исходную оптимизационную задачу. Распределения коэффициента Танимото в целом достаточно схожи для различных алгоритмов, а невязки при использовании эволюционных методов существенно ниже.

Рассмотрим более сложный пример – определение положения и формы двух аномалиеобразующих тел. В данном случае модель источника аномалии Δg_B представлена двумя штокообразными телами (рисунок 3.4) с эффективной плотностью $0,1 \text{ г/см}^3$.

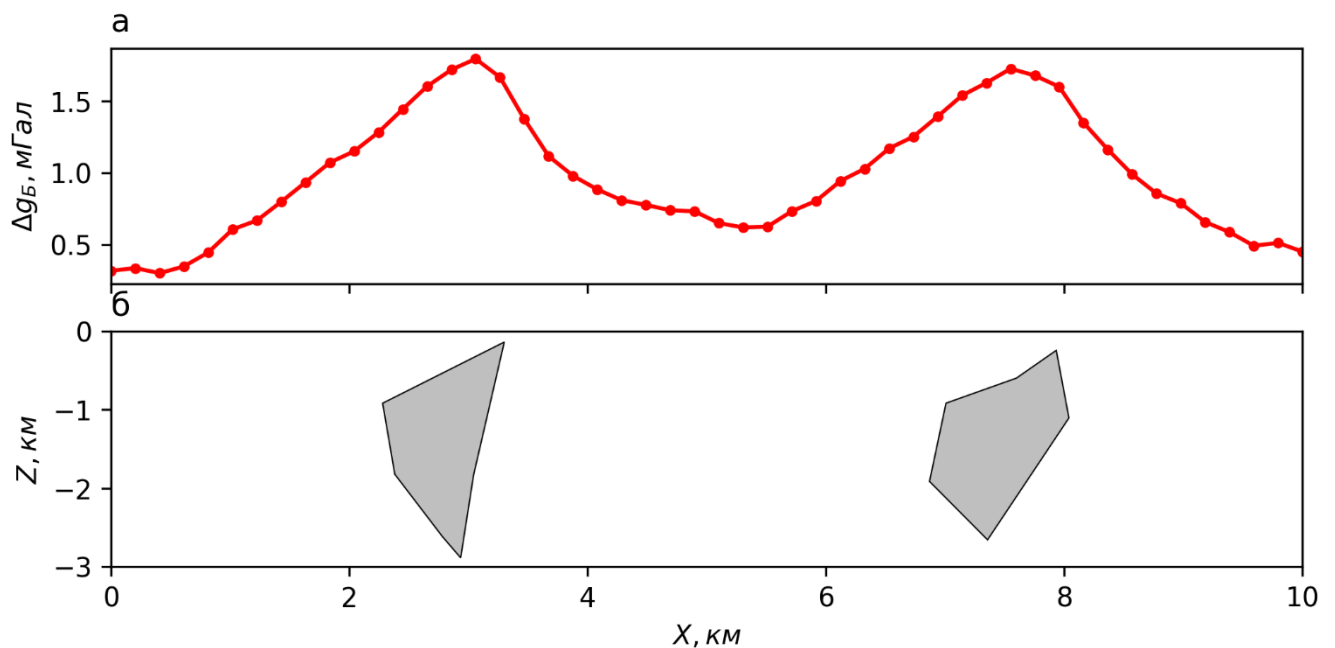


Рисунок 3.4 – Синтетическая модель № 2: а – график Δg_B , б – источники аномалии Δg_B

Для решения обратной задачи используется модель из двух шестиугольных призм, описываемая вектором $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{24}$. Параметры системы наблюдений те же, что и в предыдущем примере, а область поискового пространства D задана ограничениями $0 < x < 10$ км и $-5 < z < 0$ км.

На рисунке 3.5 представлены пространственные распределения функции локализации, рассчитанные по множеству допустимых решений Q^* для каждого алгоритма. Как видно, в отличие от предыдущего примера, где наблюдалась близкая картина практически для всех методов, в данном случае пространственное распределение функции $\lambda(V_j)$ имеет более сложный характер. Наиболее схожи результаты, полученные эволюционными алгоритмами: максимальные значения функции $\lambda(V_j)$ практически во всех случаях сосредоточены в пределах контуров истинных источников аномального поля.

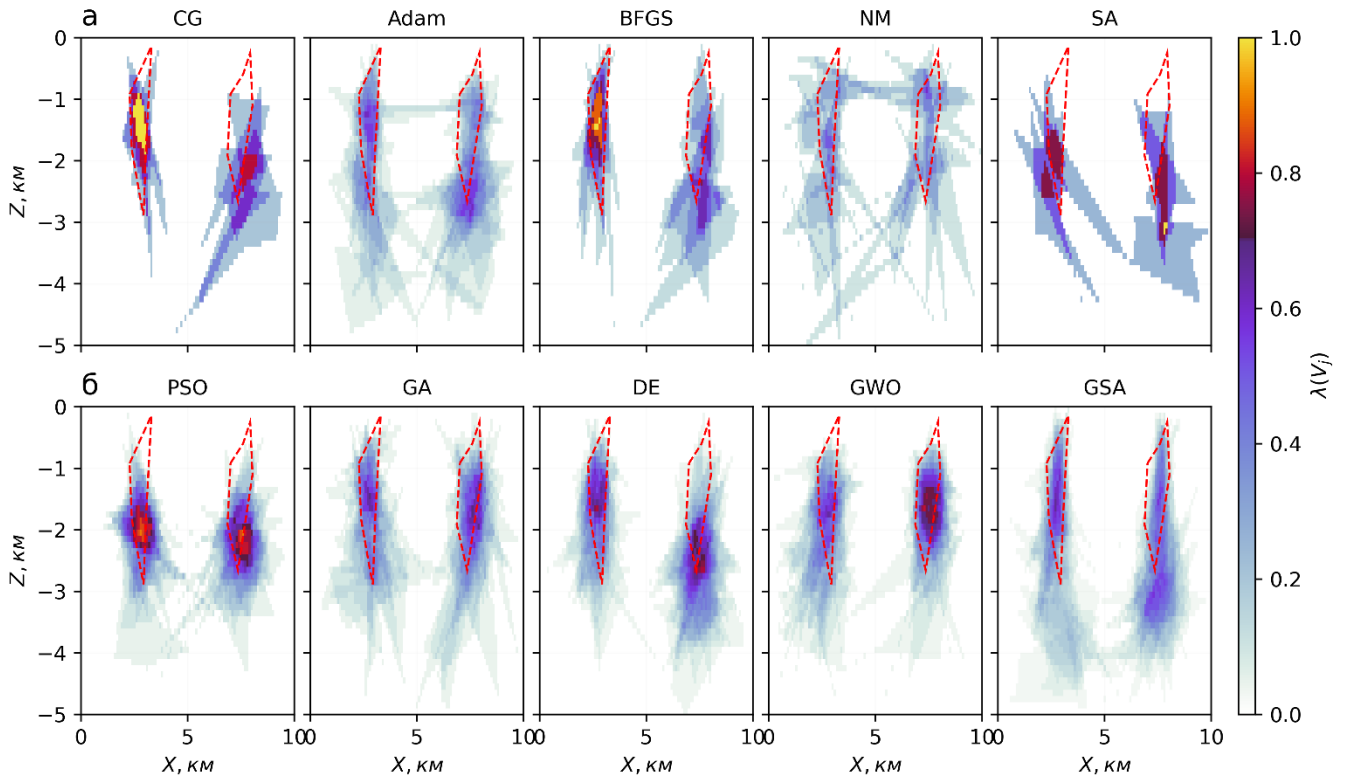


Рисунок 3.5 – Пространственное распределение функции локализации, рассчитанной на основе множества решений Q^* : а – методами, не относящимися к эволюционным,

б – эволюционными алгоритмами

На рисунке 3.6 представлены характеристики решений обратной задачи различными методами. В данном случае более высокие значения параметра N так же, как и в предыдущем примере, соответствуют эволюционным алгоритмам. Наблюдается относительное уменьшение разрыва во времени расчетов T между эволюционными алгоритмами и прочими методами в сравнении с примером, представленным ранее. Также видно, что значения коэффициента Танимото в среднем выше при использовании методов эволюционной оптимизации.

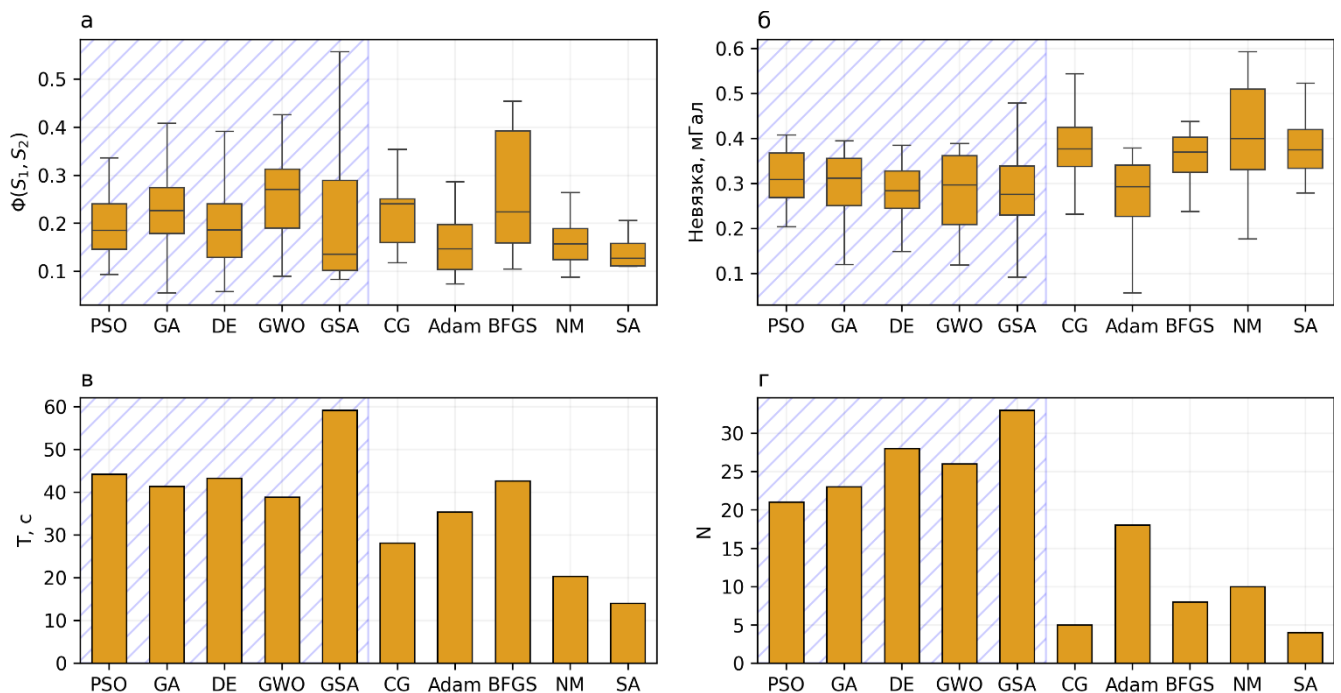


Рисунок 3.6 – Статистические характеристики решений обратной задачи: а – распределение коэффициента Танимото, б – распределение невязок, в – общее время расчетов, г – количество допустимых решений N; синей штриховкой выделены характеристики, относящиеся к эволюционным алгоритмам

Таким образом, эволюционные алгоритмы представляют собой достаточно эффективный инструмент решения нелинейной обратной задачи гравиразведки рудного типа. Перспективность применения эволюционных алгоритмов в рамках вероятностно-статистического подхода обусловлена, во-первых, более полным соответствием получаемых решений критериям отбора (априорным данным) и, во-вторых, возможностью рассмотрения множества ε -эквивалентных решений,

являющихся отдельными особями популяции, в качестве самостоятельных решений обратной задачи.

Оценка параметров источников Уральского гравитационного супермаксимума

Объектом изучения является Уральский гравитационный супермаксимум, к которому приурочены крупнейшие габбро-гипербазитовые массивы Платиноносного пояса Урала [11].

В качестве исходных данных использовались глобальные модели гравитационного поля Земли WHU-CASM-UGM2025 и рельефа земной поверхности GTOPO30. WHU-CASM-UGM2025 – это комбинированная ультравысокостепенная глобальная модель гравитационного поля, разработанная в 2026 г. Уханьским университетом и Китайской академией геодезии и картографии [106]. GTOPO30 – это цифровая модель рельефа Земли, созданная Геологической службой США (USGS), имеющая разрешение 30 угловых секунд (~1 км). Исходные цифровые модели гравитационного поля и рельефа представлены на рисунке 3.7.

На карте изоаномал Δg_B вдоль 60-го меридиана отчетливо выделяется мегазона интенсивных максимумов силы тяжести (до 50–80 мГал) – Уральский гравитационный супермаксимум, ось которого в пределах Тагильского островодужного террейна совпадает с базит-гипербазитовыми массивами Платиноносного пояса Урала. Формирование пояса является результатом длительной магматической и тектоно-метаморфической эволюции мантийно-корового вещества [62].

С целью исключения влияния разновысотности точек задания гравитационного поля был выполнен пересчет поля на внешнюю сферическую поверхность с абсолютной отметкой 1500 м, немного превышающую максимальную высоту дневного рельефа изучаемой территории. Пересчитанное поле использовано при дальнейших расчетах.

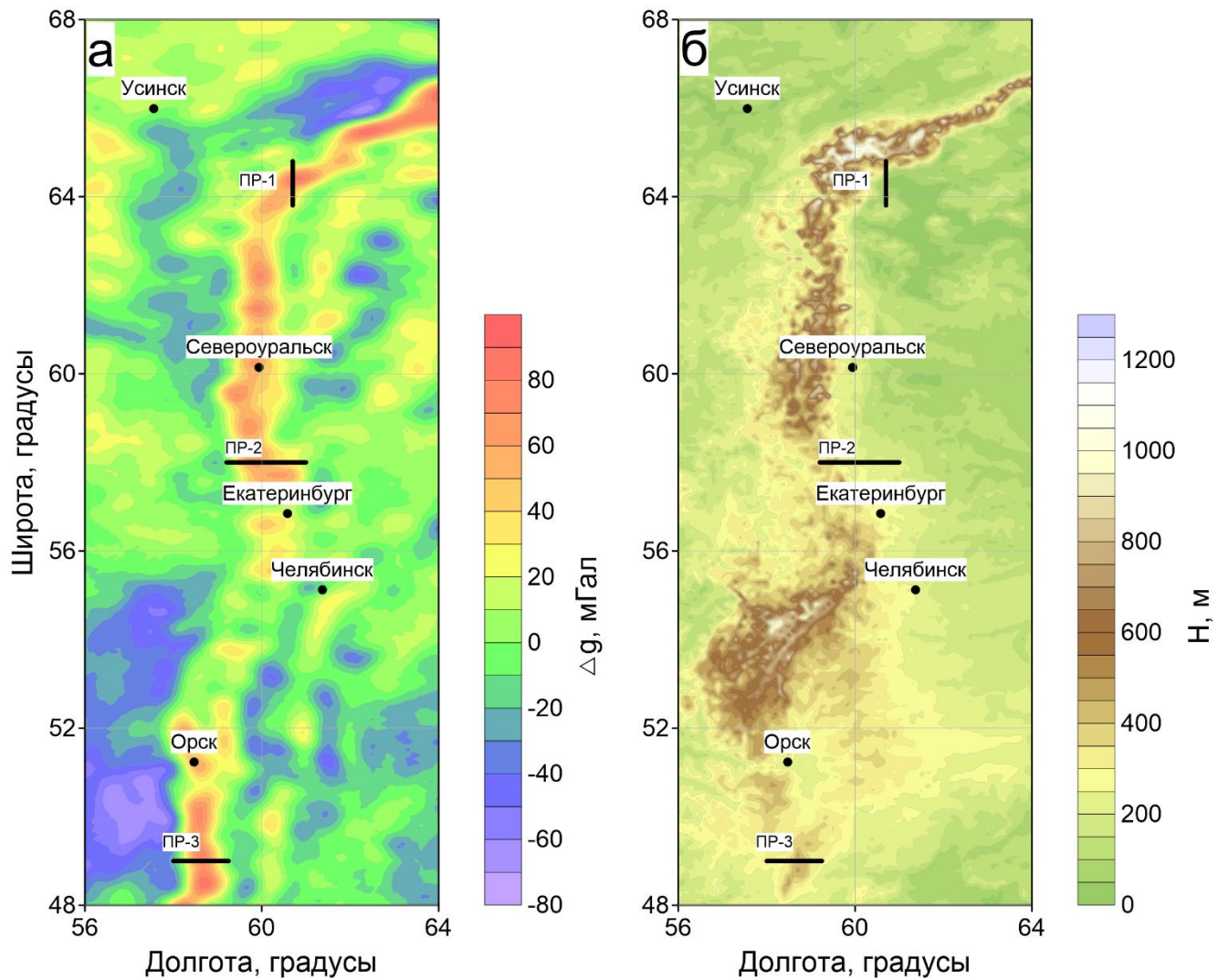


Рисунок 3.7 – Карты изоаномал гравитационного поля в редукции Буге Δg_B (а) и высот H рельефа дневной поверхности (б); черные линии – расчетные профили

Для количественной интерпретации аномалий силы тяжести по трем профилям (рисунок 3.7), характеристики которых приведены в таблице 3.1, использован метод GWO. В качестве модельных тел использованы 6-угольные призмы. Для формирования репрезентативного множества решений обратной задачи проведено 50 циклов расчета. Размер популяции составил 50 особей, количество итераций задано равным 100. Средняя невязка по множеству допустимых решений составляет 2,5–3,9 мГал, а минимальная невязка 1,7–2,9 мГал. Полученные значения невязки сопоставимы с точностью использованных данных. Начиная с 50-й итерации введена процедура уточнения эффективной плотности, которая первоначально составляла $0,3 \text{ г/см}^3$. Общее время, затраченное

на формирование множества допустимых решений для трех профилей, составило приблизительно 80 с. Результаты количественной интерпретации по трем расчетным профилям представлены на рисунке 3.8.

Таблица 3.1 – Параметры расчетных профилей

№ профиля	Сев. широта, °	Вост. долгота, °	Длина, км	Шаг сети, м
1	63,8–64,8	60,7	111,3	5565
2	58	59,2–61	103,2	2950
3	49	58–59,25	73,0	3650

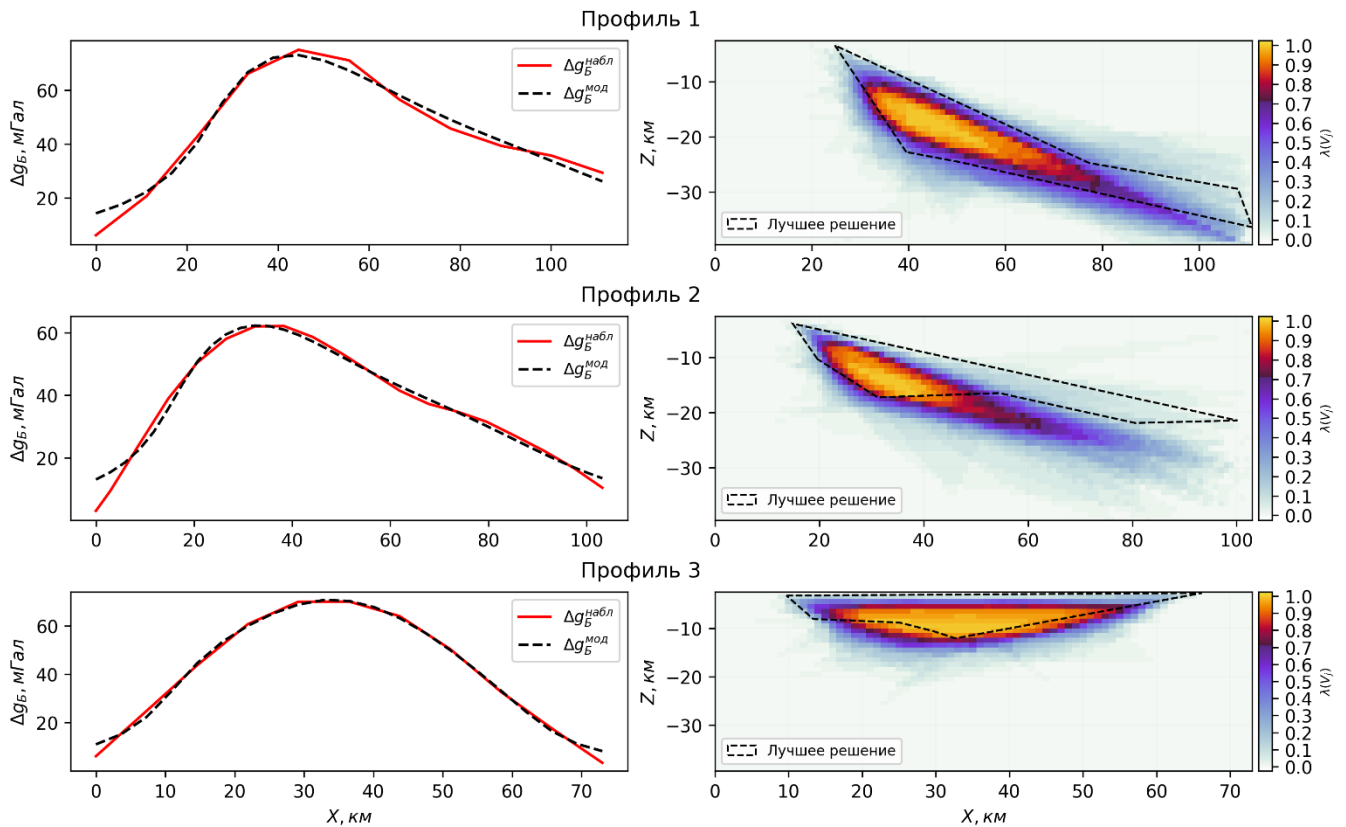


Рисунок 3.8 – Результаты моделирования с применением алгоритма GWO по трем профилям: слева – наблюдаемое поле Δg_B и модельное гравитационное поле, справа – распределение функции локализации

Использование функции $\lambda(V_j)$ и лучших решений (обладающих минимальной невязкой) в качестве модельных представлений об аномалиеобразующих объектах позволяет в первом приближении

охарактеризовать источники Уральского гравитационного супермаксимума. Это насыщенные магматическим материалом основного-ультраосновного состава крупные блоки с горизонтальными размерами порядка 50–80 км и вертикальной мощностью до 10–15 км с эффективной плотностью 0,28–0,32 г/см³. Глубины верхних кромок блоков составляют ~2–4 км.

Определение параметров источников аномального гравитационного поля в пределах рудоносного массива гранитоидов

Гравиметрическая съемка масштаба 1:25000 выполнялась в горном районе Южной Сибири с целью выделения объектов, перспективных на обнаружение месторождений меди, молибдена с попутными компонентами с выдачей рекомендаций для постановки горно-буровых работ в их пределах. Шаг измерений по профилю составлял 100 м. Измерение силы тяжести проводилось с использованием высокоточных канадских гравиметров Autograv CG-5 (Scintrex, Канада) с привязкой гравиметрических пунктов с помощью спутниковой системы GPS Trimble-4700 и электронных тахеометров. Среднеквадратическая погрешность определения аномалии Буге с учетом погрешности наблюдаемых значений силы тяжести, определения высот и координат пунктов наблюдений составила $\pm 0,09$ мГал. Наблюдаемое поле $\Delta g_B^{\text{набл}}$ представлено на рисунке 3.9. Минимум аномалии $\Delta g_B^{\text{набл}}$ в правой части профиля соотносится с известным медно-порфировым месторождением.

Рудоносные штокверки обычно располагаются в приконтактных частях малых интрузий гранодиорит-порфиров, гранит-порфиров, диоритовых порфиров конечных стадий вулcano-плутонических ассоциаций с эффузивно-осадочными породами. В данном случае эффективная плотность интрузивных образований составила $-0,1$ г/см³. Молибденово-медное оруденение приурочено к гидротермально измененным горным породам. Результаты определения параметров источников аномального поля по данным гравиметрической съемки представлены на рисунке 3.10.

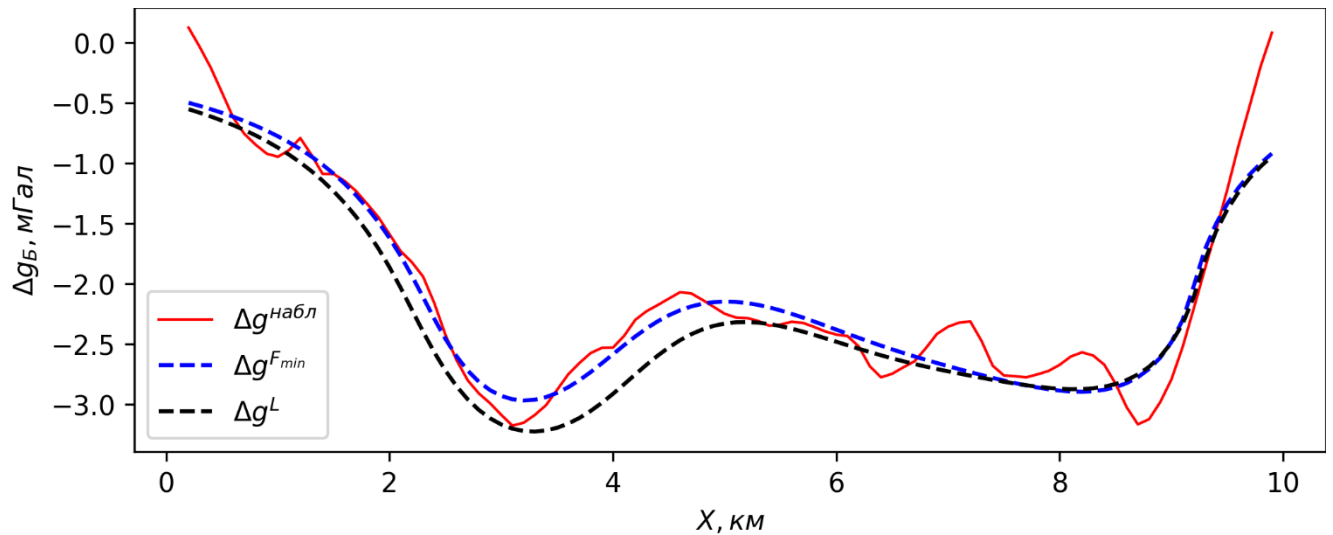


Рисунок 3.9 – Графики аномального поля Δg_B

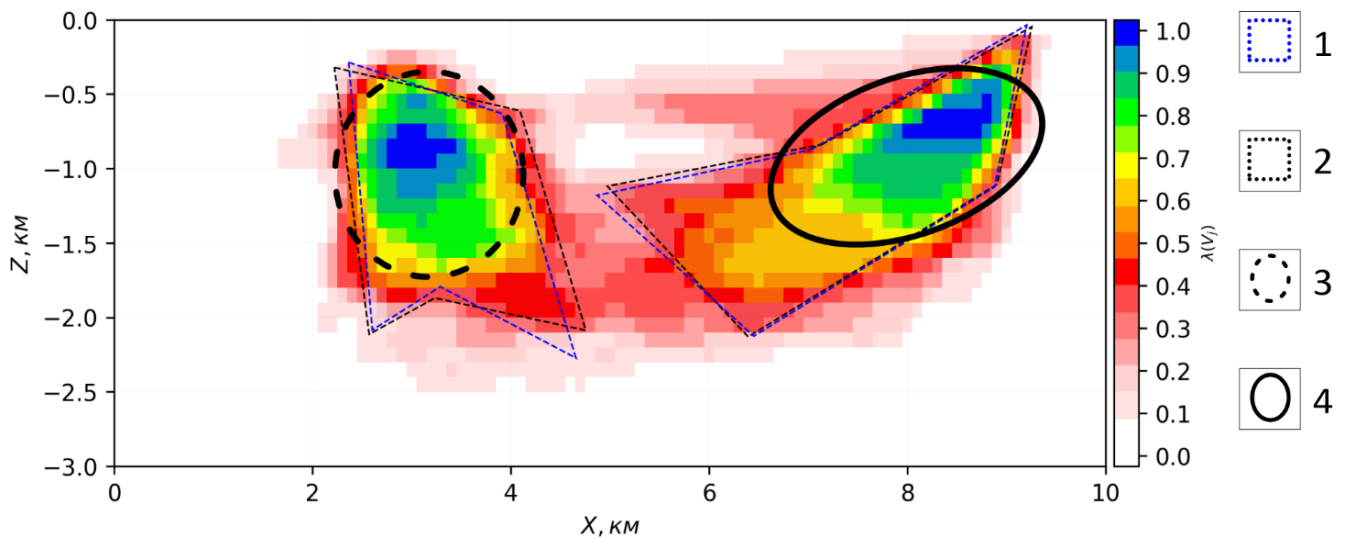


Рисунок 3.10 – Результаты моделирования с применением алгоритма PSO: 1 – контур решения, соответствующего минимуму невязки, 2 – контур решения, соответствующего максимуму критерия Лапласа, 3 – выделенный в результате моделирования рудоперспективный объект, 4 – месторождение медно-порфировых руд

Для решения обратной задачи использован алгоритм PSO. Вектор параметров модели $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{24}$ характеризует координаты угловых точек двух шестиугольных призм. Для формирования репрезентативного множества Q^* решений обратной задачи проведена серия расчетов, в результате получено 419 ε -эквивалентных решений, характеризующихся среднеквадратической невязкой $\varepsilon \leq 0,3$ мГал. В рамках одного цикла решения алгоритмом PSO размер популяции

составляет 50 особей, а количество итераций задано равным 100. Общее время, затраченное на формирование множества Q^* , составляет 110 с.

В результате количественной интерпретации профильных гравиметрических данных в левой части профиля предполагается наличие разуплотненного объекта, аналогичного рудоносному интрузиву месторождения, при глубине залегания его кровли до 500 м. Вывод о перспективности этого объекта независимо подтверждается результатами комплексной интерпретации данных электроразведки, магниторазведки и гамма-спектрометрической съемки.

3.3. Решение трехмерной нелинейной обратной задачи гравиразведки на основе эволюционной оптимизации

Рассмотрим задачу определения параметров источника аномального поля Δg_B в трехмерном варианте. В данном случае возмущающий объект аппроксимируется многоугольной призмой, ограниченной как по глубине, так и по площади. Призма имеет многоугольное сечение в горизонтальной плоскости. Аналитические выражения для расчета поля Δg_B для данной модели приводятся в работе [8].

На рисунке 3.11 представлена синтетическая призматическая модель, а также поле модели Δg_B , рассчитанное на поверхности $z=0$ в 625 точках регулярной сети наблюдения. Результаты решения обратной задачи эволюционными алгоритмами представлены на рисунке 3.12. Для формирования репрезентативного множества решений Q обратная задача решалась каждым алгоритмом 10 раз, в рамках отдельного запуска количество итераций задано равным 100, а размер популяции составил 25 особей. Количество уникальных решений, полученных каждым алгоритмом, составляет $|Q|=250$.

Рассматривая полученные результаты, можно отметить, что наибольшим разнообразием решений характеризуются алгоритмы PSO и GA, в меньшей мере –

алгоритмы DE, GWO и GSA. Соответственно, при включении отдельных особей в множество Q необходимо учитывать специфику конкретного алгоритма.

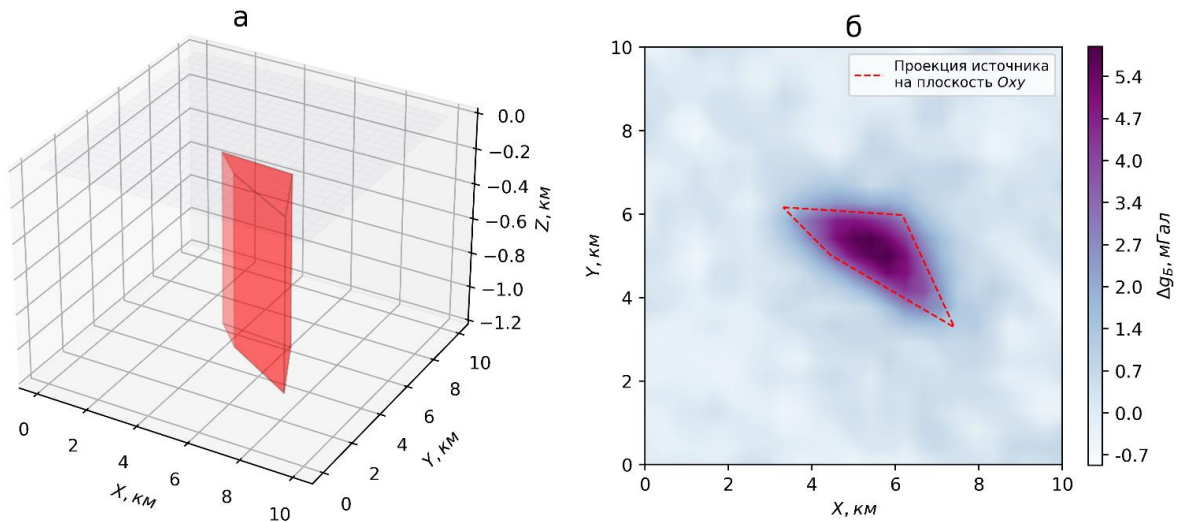


Рисунок 3.11 – Модель источника аномалии силы тяжести: а – положение источника в пространстве, б – поле Δg_B , осложненное помехой

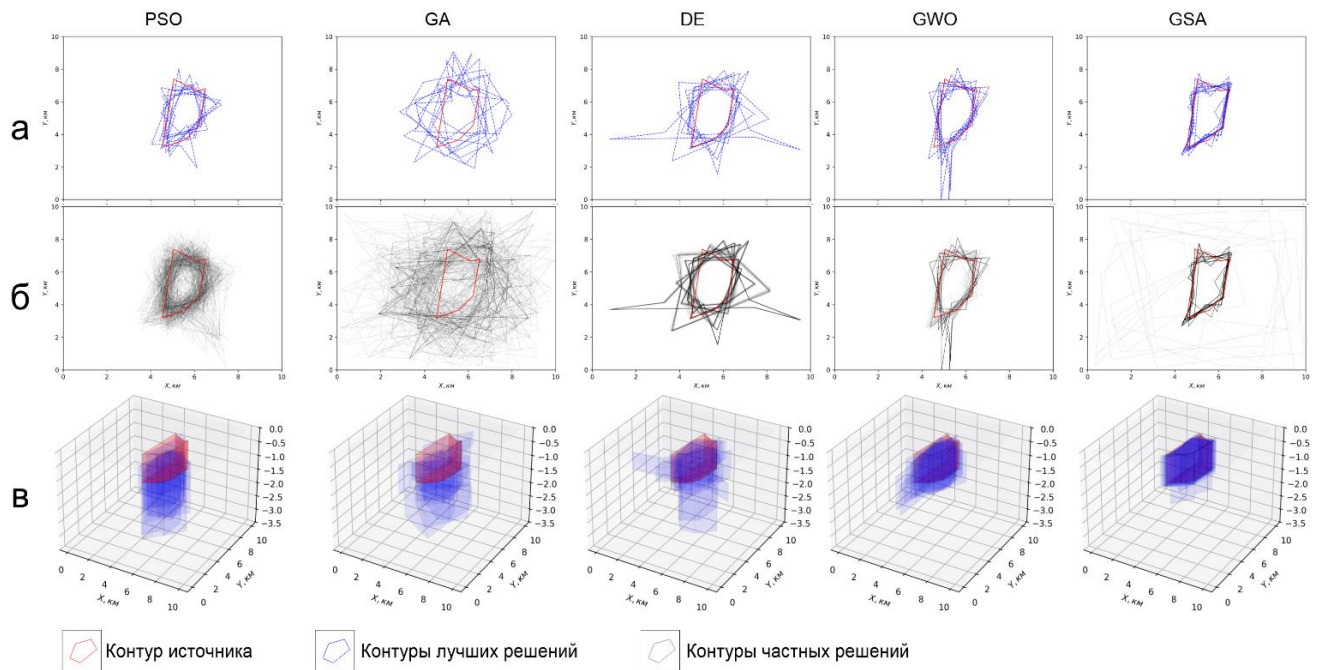


Рисунок 3.12 – Результаты определения параметров источника аномалии силы тяжести: а – проекции наилучших решений в горизонтальной плоскости, б – проекции всех решений в горизонтальной плоскости, в – трехмерная визуализация наилучших решений

Определение геометрических параметров Кондерского интрузивного массива с использованием эволюционных алгоритмов

Полевая гравиметрическая съемка масштаба 1:25000 выполнялась в 2013 году Научно-производственной геофизической экспедицией Горного института УрО РАН в пределах массива Кондер, расположенного в Аяно-Майском районе Хабаровского края. Шаг измерений составлял 50 м, межпрофильное расстояние составляло 200 м; кроме того, выполнялись профильные наблюдения по 4 профилям. Фактически выполненный объем работ составил 206 пог. км. Измерения силы тяжести проводились с использованием высокоточных канадских гравиметров Autograv CG-5 (Scintrex, Канада) с привязкой гравиметрических пунктов с помощью спутниковой системы GPS Trimble-4700 и электронных тахеометров. Карты рельефа дневной поверхности исследуемой площади и поля $\Delta g_{\text{Б}}^{\text{набл}}$ представлены на рисунке 3.13. Поле $\Delta g_{\text{Б}}^{\text{набл}}$ пересчитано на внешнюю горизонтальную поверхность с абсолютной отметкой 1400 м с целью исключения влияния разновысотности точек задания гравитационного поля.

Для оценки положения и формы источника аномалии силы тяжести использована модель шестиугольной призмы с эффективной плотностью 0,35 г/см³. Область поискового пространства ограничена по вертикали горизонтальными поверхностями с абсолютными отметками -10 км и 0,6 км снизу и сверху соответственно. Границы поискового пространства по латерали заданы ограничениями $476 < x < 482$ км и $6382 < y < 6388$ км.

В результате серийных расчетов эволюционными алгоритмами сформированы множества допустимых решений обратной задачи Q , $|Q| = 50$. На рисунке 3.14 представлены распределения невязок по множеству решений Q для каждого эволюционного алгоритма. Как видно, в данном случае невязки решений, полученных алгоритмом GWO, существенно выше, чем в остальных случаях. Для последующего анализа использованы множества Q , соответствующие алгоритмам PSO и DE.

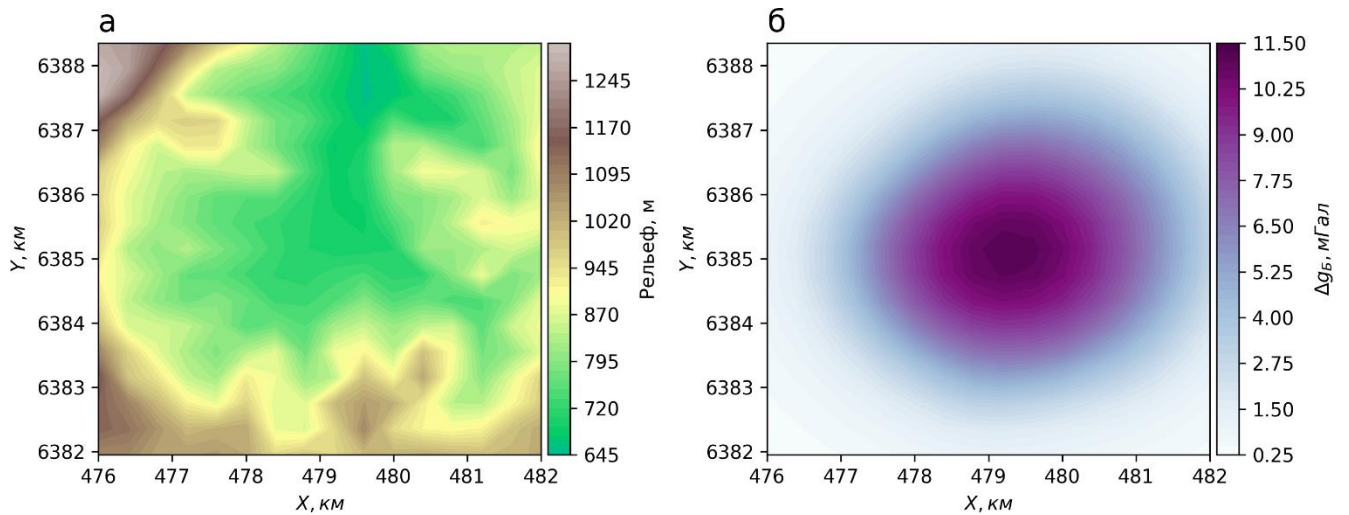


Рисунок 3.13 – Карты: а – рельефа дневной поверхности в пределах площади исследований, б – поля Δg_B на высоте 1400 м

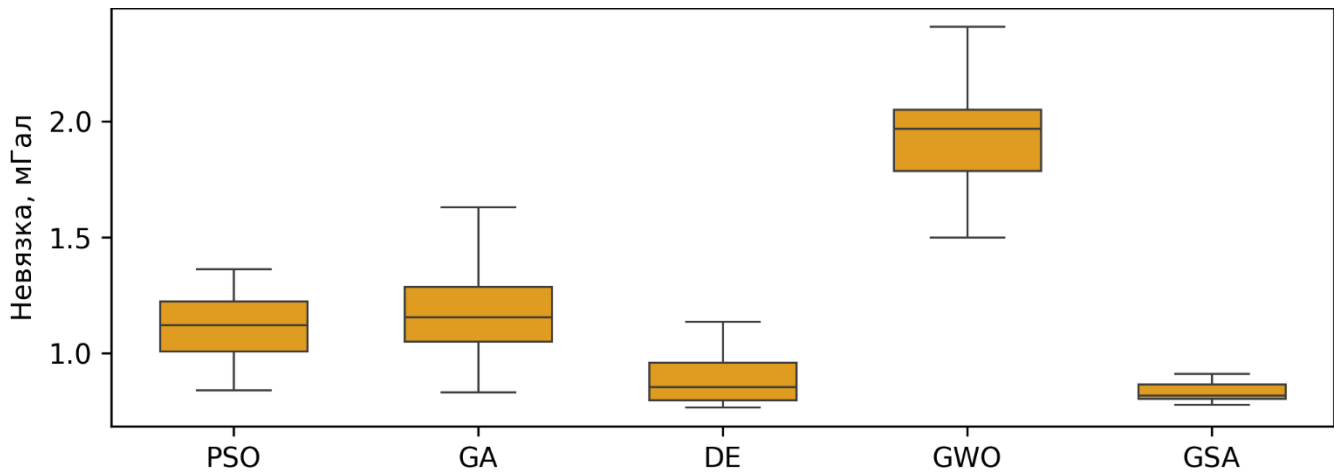


Рисунок 3.14 – Распределения невязок решений обратной задачи, полученных при использовании методов эволюционной оптимизации

На рисунке 3.15 представлено трехмерное распределение функции $\lambda(V_j)$, построенное по множеству Q для алгоритмов PSO и DE. В обоих случаях наиболее высокие значения функции локализации ($\lambda(V_j) \geq 0,8$) сосредоточены в центральной части исследуемой площади, интрузивный массив, вероятно, имеет штокообразную форму с изометричным сечением в горизонтальной плоскости. Результаты трехмерного моделирования эволюционными алгоритмами дают первичное представление о наиболее общих чертах Кондерского дунит-

клинопироксенит-габбрового интрузивного массива и характеризуют его верхнюю часть.

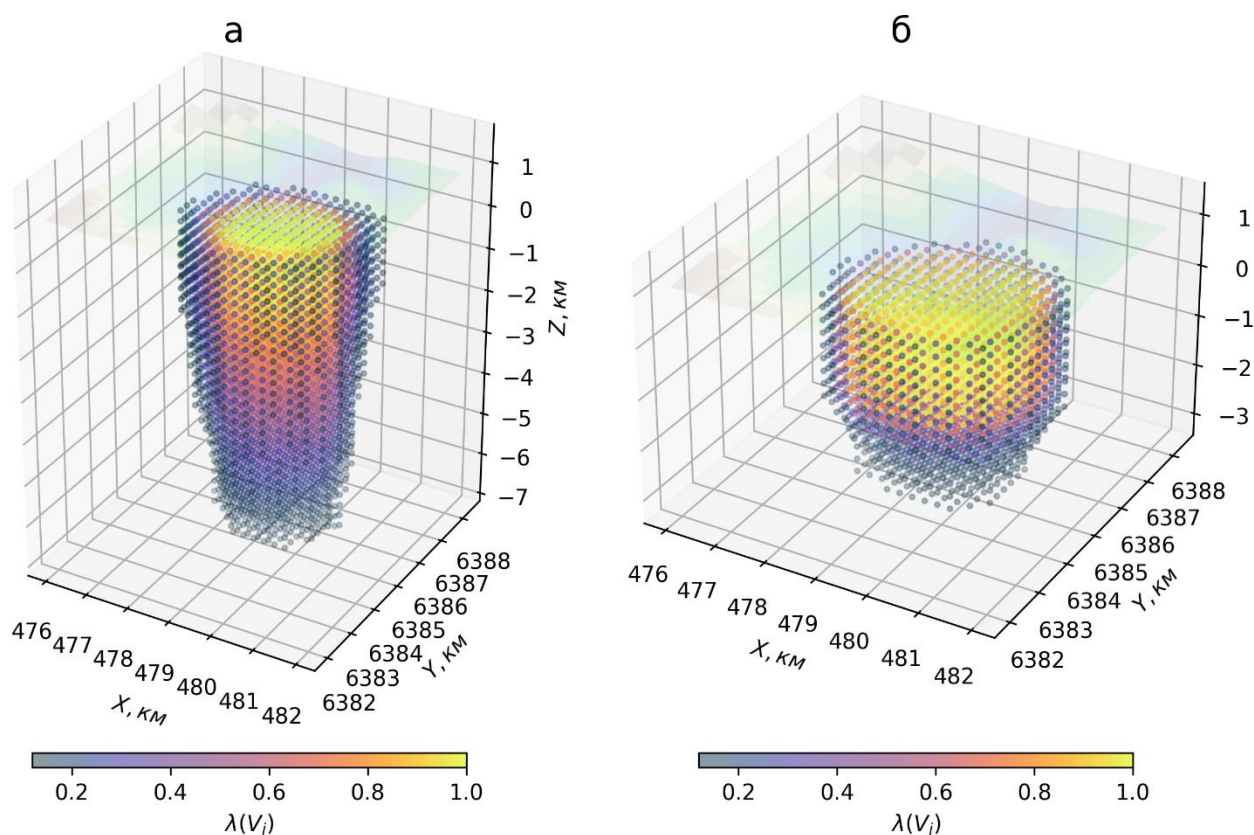


Рисунок 3.15 – Пространственное распределение функции локализации при использовании алгоритма: а – PSO, б – DE

3.4. Синтез монтажного метода решения обратной задачи гравиразведки и эволюционных алгоритмов

Рассмотрим подход к решению плоской (двумерной) обратной задачи гравиметрии рудного типа в классе конечноэлементных моделей: исследуемая область среды D представляется в виде регулярного замощения V , элементами V_j которого являются горизонтальные четырехугольные призмы бесконечного простираения. Основой рассматриваемого алгоритма является монтажный подход, предложенный в работах [57; 76] и развитый в [3]. Автором предлагается модификация метода регулируемой направленной кристаллизации (РНК),

включающая дополнительный этап в виде решения оптимизационной задачи, направленной на поиск оптимального множества элементов замощения для присоединения к ядру, на определенных этапах итерационного процесса. Рассматриваемая модификация позволяет улучшить содержательность получаемых решений обратной задачи и ускорить вычислительный процесс формирования множества допустимых решений.

Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии

РНК в классическом виде представляет собой итерационный процесс построения конфигурации Ω^* , составленной из элементов замощения V_j (рисунок 3.16), с соблюдением определенных требований, основными из которых являются условия связности и односвязности носителя аномальных масс.

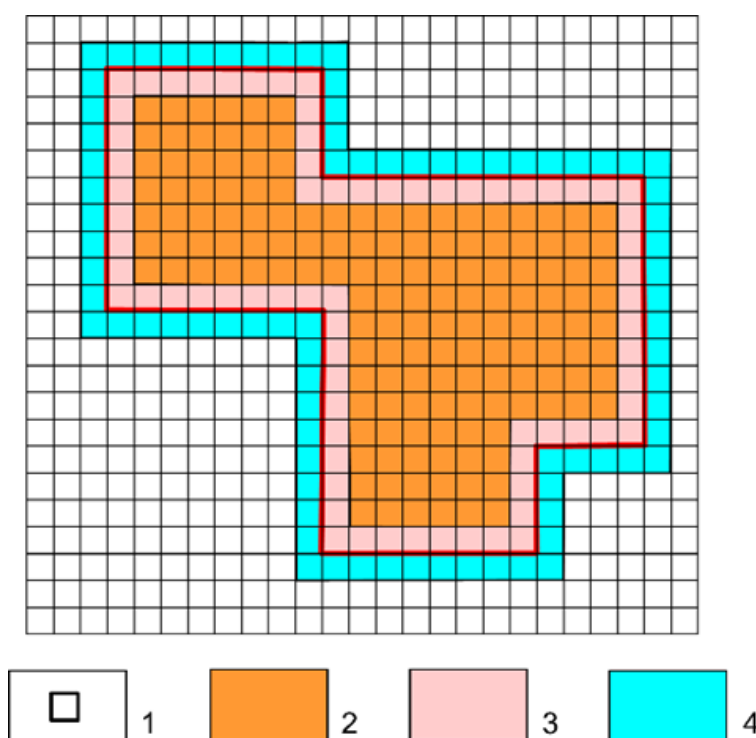


Рисунок 3.16 – Конфигурация Ω : 1 – элемент замощения V_j , 2 – элементы внутреннего ядра $Я(\Omega)$, 3 – элементы границы $\Gamma(\Omega)$, 4 – элементы оболочки $O(\Omega)$; красная линия – контур конфигурации Ω

Процесс строится от заданной начальной конфигурации Ω_0 , на каждой итерации $i = 1, \dots, n$, к ядру $Y(\Omega_{i-1})$ добавляется один из элементов оболочки $V_j^* \in O(\Omega_{i-1})$, примыкающий к границе $\Gamma(\Omega_{i-1})$, образуя новую конфигурацию Ω_i . Критерием выбора элемента V_j^* является минимум среднеквадратического отклонения наблюдаемого и теоретического полей, последнее рассчитывается по элементам $V_j^* \cup V_j \in Y(\Omega_{i-1})$. Итерационный процесс завершается при достижении условия $\sigma_i \leq \sigma^*$, где σ_i – локально-оптимальное значение эффективной плотности, минимизирующее расхождение наблюдаемого и теоретического полей на i -й итерации, σ^* – априорно заданная эффективная плотность исследуемого объекта.

РНК без ввода ограничений топологического характера на структуру конфигурации Ω имеет недостаток, связанный с формированием в ядре конфигурации малосодержательных фрагментов (отростков) – ветвящихся цепочек элементов замощения. Разработаны алгоритмы [3], позволяющие контролировать степень гладкости получаемого решения. Другая проблема связана с выбором присоединяемого на i -й итерации элемента замощения V_j^* : выбор конкретного элемента может быть оптимален на данном шаге итерационного процесса, однако при рассмотрении решения задачи в целом этот выбор может оказаться неудачным. Представляет интерес рассмотрение нового варианта РНК с включением в структуру итерации дополнительной оптимизационной задачи, направленной на поиск оптимального подмножества элементов оболочки $V^* \subset O(\Omega_{i-1})$, вместо единственного $V_j^* \in O(\Omega_{i-1})$, для присоединения к ядру $Y(\Omega_{i-1})$.

Модификация РНК с применением методов эволюционной оптимизации

Одним из вариантов решения вышеперечисленных проблем является использование методов целочисленного программирования. Множеству элементов оболочки $V_j \in O(\Omega_{i-1})$ можно поставить в соответствие вектор $x^i \in \{0,1\}^k$, $k = |O(\Omega_{i-1})|$, представляющий собой битовую маску и отвечающий за присоединение соответствующего элемента оболочки к ядру $Y(\Omega_{i-1})$ на i -й

итерации. Таким образом, задача поиска оптимального подмножества $V^* \subset O(\Omega_{i-1})$ сводится к задаче нахождения битовой маски $\mathbf{x} = \underset{\mathbf{x} \in \{0,1\}^k}{\operatorname{argmin}} F(\mathbf{x})$, где

$F(\mathbf{x})$ – функционал невязки, с последующим определением $V^* = \{V_j: x_j = 1\}$, $j = 1, \dots, k$. Для решения данной задачи используются алгоритм бинарной дифференциальной эволюции (Binary Differential Evolution, BDE) [97] и бинарный генетический алгоритм (Binary Genetic Algorithm, BGA) [69].

Алгоритмы BDE и BGA относятся к классу эволюционных стохастических методов многомерной оптимизации. Начальным этапом этих алгоритмов является формирование множества, или популяции, случайных векторов-решений (особей) $\mathbf{x}_1^0, \dots, \mathbf{x}_K^0 \in \{0,1\}^N$, где K – размер популяции, N – размерность задачи. Далее в ходе итерационного процесса происходит изменение состояния исходных векторов с использованием операций мутации, кроссовера и отбора. Результатом работы алгоритма является вектор, обеспечивающий минимум невязки $F(\mathbf{x})$. Алгоритмы BDE и BGA имеют два общих гиперпараметра $C \in [0,1]$ и $F \in [0,1]$, регулирующих вероятность возникновения кроссовера и мутации, соответственно. Помимо этого, алгоритм BGA имеет еще два дополнительных гиперпараметра: C_p – количество точек скрещивания, и N_t – размер турнирной группы. Для дальнейших расчетов определены оптимальные значения гиперпараметров для поставленной задачи: $C=0,4$ и $F=0,025$ для метода BDE, $C=0,2$, $F=0,043$, $C_p=4$ и $N_t=5$ для метода BGA. Размер популяции для каждого алгоритма $K = 20$, а максимальное количество итераций задано равным 100.

Синтетический пример

На рисунке 3.17 представлены две модели источников поля с постоянной эффективной плотностью $\sigma^*=0,3$ г/см³.

На профиле длиной 10 км регулярно расположены точки наблюдения с шагом $\Delta x=0,2$ км, для которых рассчитаны значения поля Δg_{B_i} . Поле Δg_B дополнительно осложнено нормальной помехой, среднеквадратическое значение

которой составляет приблизительно 4% и 3% от максимальной амплитуды аномалии для первой и второй модели соответственно. Для каждого примера заданы ограничения на область поискового пространства D : $0 < D_x < 10$, $0 < D_z < 4$, а размер элемента замощения V_j квадратного сечения задан равным 0,1 км. Примеры частных решений обратной задачи с использованием модифицированного алгоритма представлены на рисунках 3.18 и 3.19. Отметим, что все решения характеризуются значениями невязки $F(\mathbf{x})$, сопоставимыми с уровнем помех в наблюдениях.

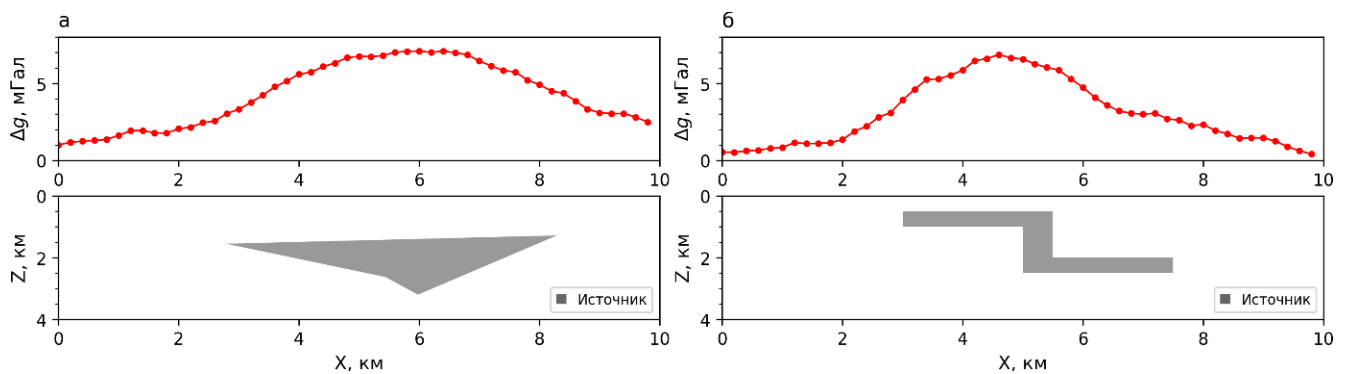


Рисунок 3.17 – Модели №1 (а) и №2 (б) источников поля (снизу); отвечающие им гравитационные аномалии Δg , осложненные помехами (сверху)

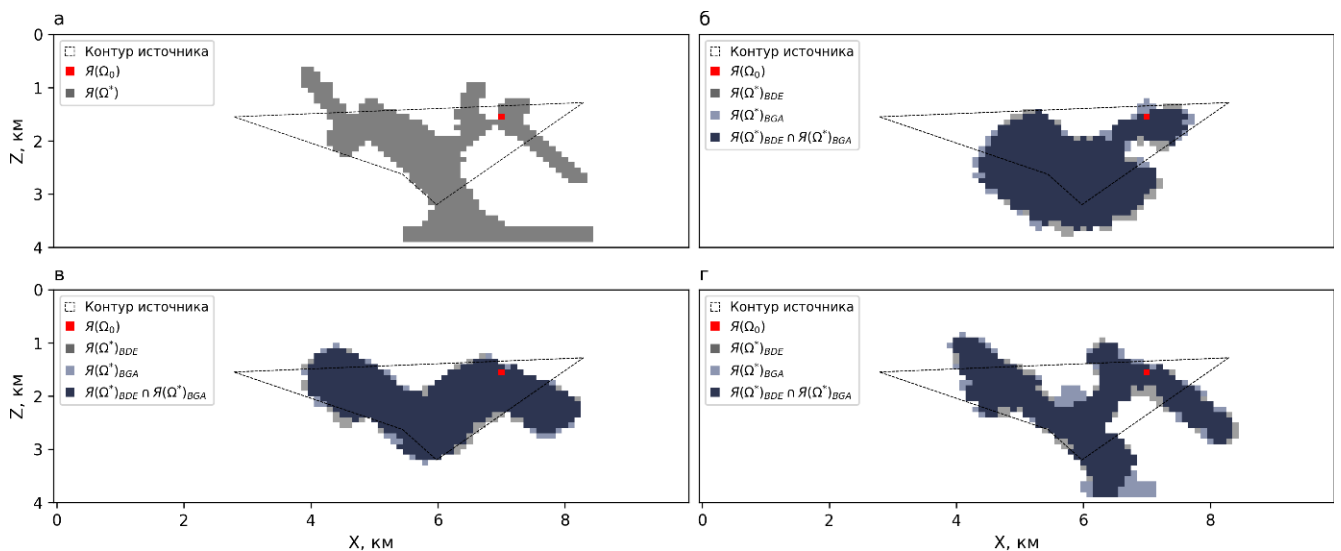


Рисунок 3.18 – Частные решения обратной задачи, полученные для модели № 1: классический алгоритм РНК без контроля длины отростков (а); РНК с использованием эволюционных алгоритмов и параметром m , равным: 30 (б), 60 (в), 90 (г)

На рисунках 3.18а, 3.19а представлены результаты решения обратной задачи монтажным подходом в чистом виде без контроля гладкости границ конфигурации Ω , вследствие чего в структуре Ω^* присутствуют отрезки. Решения, представленные на рисунках 3.18б, 3.18в, 3.18г, 3.19б, 3.19в, 3.19г, получены с использованием вышеописанной процедуры оптимизации.

По результатам вычислительных экспериментов установлено, что присоединение подмножества элементов $V^* \subset O(\Omega_{i-1})$, найденных в результате оптимизации, вместо единичных элементов $V_j \in O(\Omega_{i-1})$ к ядру $Я(\Omega_{i-1})$ на начальных итерациях или при малой мощности множества $O(\Omega_{i-1})$ приводит к преждевременному завершению итерационного процесса в результате «выхода» эффективной плотности тела на целевое значение σ^* , что связано с избыточным сглаживанием границ конфигурации Ω . В этой связи принято решение включать процедуру оптимизации для определения V^* не на каждой итерации (что также не выгодно с точки зрения времени вычислений), а лишь при выполнении условия $|O(\Omega_{i-1})| \geq m$, где m – целое число, задаваемое с учетом размеров элементов V_j и представлений о структуре или гладкости искомого решения.

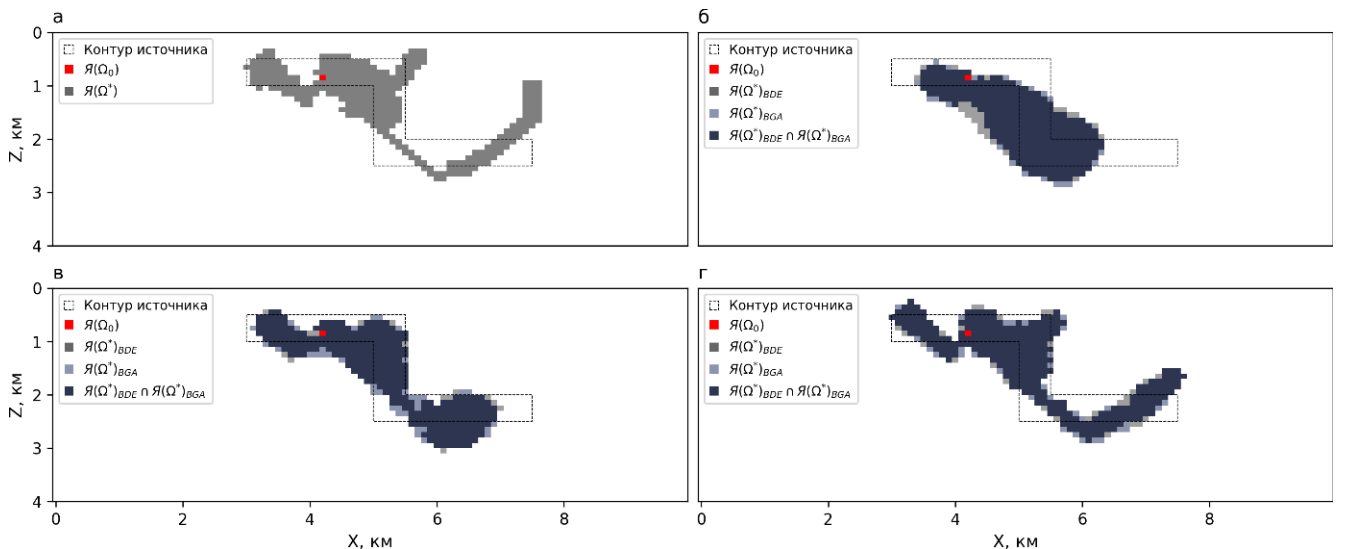


Рисунок 3.19 – Частные решения обратной задачи, полученные для модели № 2: классический алгоритм РНК без контроля длины отрезков (а); РНК с использованием эволюционных алгоритмов и параметром m , равным: 30 (б), 60 (в), 90 (г)

Решения на рисунках 3.18б, 3.18в, 3.18г и на рисунках 3.19б, 3.19в, 3.19г получены при значениях $m = 30, 60$ и 90 соответственно. Можно заметить, что степень гладкости границ Ω^* зависит от параметра m : при небольших значениях m структура Ω^* характеризуется чрезмерной гладкостью, а при высоких значениях m наблюдается формирование структурных фрагментов типа отростков. Поэтому для выбора оптимального значения параметра m необходимо рассмотрение отдельных решений, полученных без включения оптимизационной процедуры в итерационный процесс.

Для оценки качества полученных решений обратной задачи рассчитан коэффициент Танимото. На рисунке 3.20 представлены графики зависимости коэффициента Танимото от параметра m конечных решений Ω^* для каждой модели с использованием рассматриваемых методов BDE и BGA. Как видно, при запуске оптимизационной процедуры при малой мощности множества элементов ядра конфигурации коэффициент Танимото результирующих решений имеет относительно низкие значения, что соответствует малой степени соответствия полученных решений истинной модели. То же самое наблюдается с противоположной стороны: при высоких значениях параметра m получаемые решения полностью совпадают с конфигурацией, полученной без оптимизационной процедуры, т.е. классическим методом РНК.

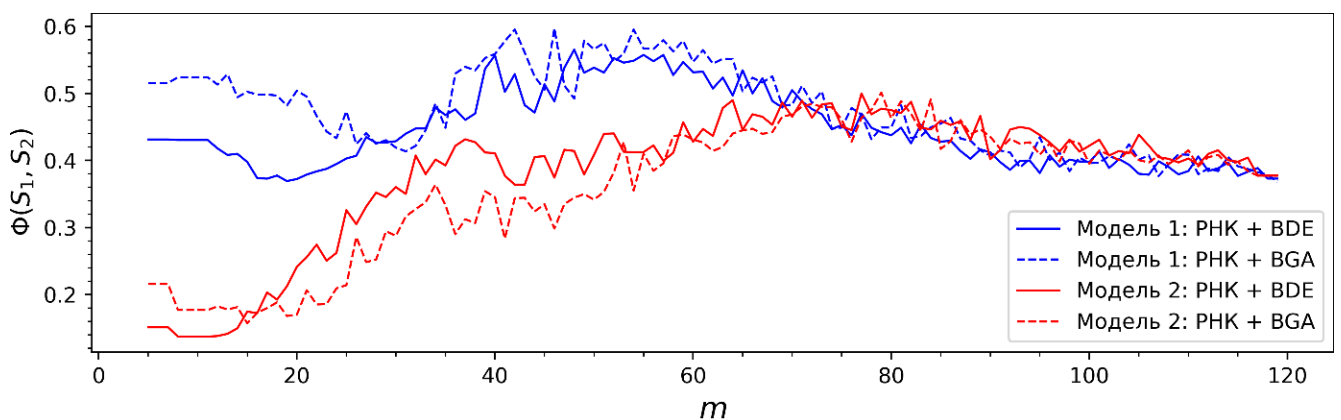


Рисунок 3.20 – Зависимость коэффициента Танимото $\Phi(S_1, S_2)$ от параметра m

Анализ множества допустимых вариантов решения обратной задачи

Построим множество $Q = \{\Omega_i^*\}$, $i = \overline{1, k}$, допустимых вариантов решения обратной задачи и исследуем структуру полученного множества путем вычисления значений функции локализации $\lambda(V_j)$ на элементах замощения V_j . Функция $\lambda(V_j)$ рассчитана для каждого модельного примера в трех вариантах: по множеству решений обратной задачи, полученных 1) без включения в итерационный процесс процедуры оптимизации, 2) с включением в итерационный процесс алгоритма BDE с параметром $m = 60$ и 3) с включением в итерационный процесс алгоритма BGA с параметром $m = 60$. Для формирования множества решений Q использовалась регулярная сетка, элементы которой выступали в качестве центров кристаллизации $Я(\Omega_{k0})$, т.е. начальных приближений. Полученные распределения функции $\lambda(V_j)$ представлены на рисунке 3.21.

Как для первой, так и для второй модели, распределение функции $\lambda(V_j)$, построенной по результатам решения обратной задачи с использованием модифицированного алгоритма, в большей мере соответствует геометрии источника аномального поля. Без включения в итерационный процесс оптимизационного алгоритма в структуре множества Q проявляются достаточно «резкие» фрагменты, вносящие существенные искажения в общую картину. Можно заметить, что общий вид $\lambda(V_j)$ как для первой, так и для второй модели при использовании немодифицированного монтажного подхода во многом соответствует конфигурации Ω^* единичного решения (рисунки 3.18а, 3.19а).

На рисунке 3.22 представлено распределение коэффициента Танимото по множеству допустимых вариантов решения обратной задачи $\Omega_k^* \in Q$: слева для модели № 1, справа для модели № 2. В целом видно, что решения, полученные модифицированным алгоритмом, обладают большим сходством с моделью источника аномального поля.

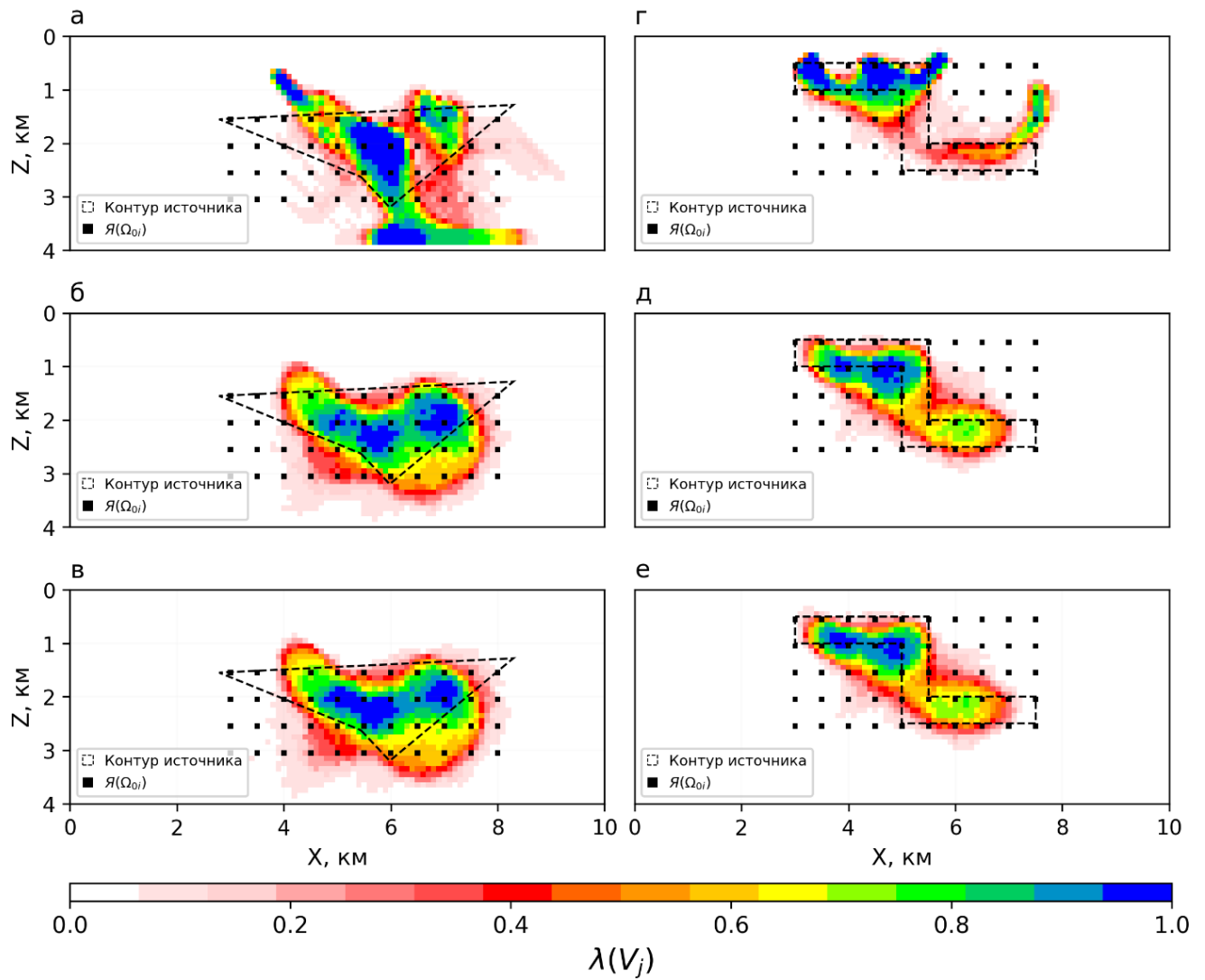


Рисунок 3.21 – Функция локализации $\lambda(V_j)$, построенная на основе множества решений обратной задачи по полю Δg_B модели № 1 (слева) и по полю Δg_B модели № 2 (справа), полученных классическим алгоритмом РНК (а, г), модифицированным алгоритмом РНК + BDE (б, д), модифицированным алгоритмом РНК + BGA (в, е)

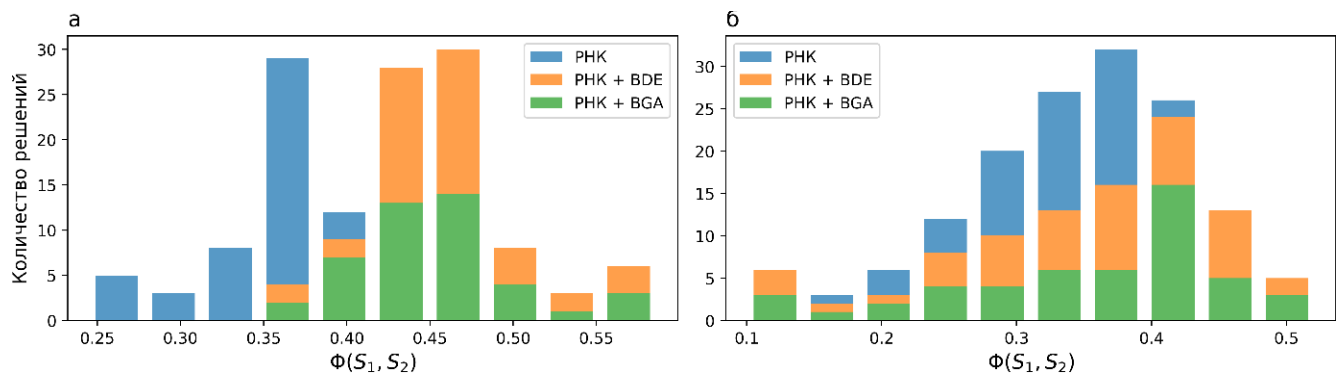


Рисунок 3.22 – Распределение коэффициента Танимото по множеству допустимых решений обратной задачи по полю Δg_B модели № 1 (а) и по полю Δg_B модели № 2 (б)

Таким образом, включаемый как дополнительный этап к основному методу, алгоритм оптимизации (поиска подмножества $V^* \subset O(\Omega_{i-1})$) выступает в роли регуляризатора, обеспечивая баланс между наблюдениями и представлениями о структурных особенностях изучаемого объекта, и может применяться в качестве альтернативного способа контроля гладкости границ конфигурации Ω . Основным недостатком предложенного подхода является необходимость определения оптимального значения параметра m , который может резко меняться в зависимости от предполагаемой структуры источника поля и от особенностей используемого замощения. Представляет интерес рассмотрение иных методов, помимо рассмотренных алгоритмов BDE и BGA, для решения задачи нахождения подмножества $V^* \subset O(\Omega_{i-1})$. Также нужно заметить, что область применения данного и аналогичных алгоритмов можно расширить, включив решение обратных задач для набора аномалиеобразующих тел. Для этого следует использовать понятие общей границы и общей оболочки для нескольких моделируемых конфигураций [3]. В целом синтез монтажного подхода и методов эволюционной оптимизации представляется весьма перспективным направлением дальнейших исследований.

Выводы по главе 3

Проведен сравнительный анализ различных оптимизационных алгоритмов при решении нелинейной обратной задачи гравиразведки рудного типа. Результаты численных экспериментов с использованием синтетических моделей показывают, что методы эволюционной оптимизации не требуют задания достаточно «хороших» моделей начального приближения для получения решений, согласующихся с истинными моделями источников аномального поля Δg_B .

Пространственное распределение функции локализации $\lambda(V_j)$, рассчитываемой по репрезентативному множеству решений обратной задачи Q^* , позволяет достаточно уверенно прослеживать основные морфологические

элементы исследуемых объектов. Определяющим критерием достоверности интерпретации на основе анализа пространственного распределения функции $\lambda(V_j)$ является мощность множества Q^* . В этом отношении эволюционные алгоритмы достаточно эффективны, во-первых, за счет большего соответствия результирующих решений критериям корректности, а во-вторых, за счет возможности рассмотрения частных ε -эквивалентных решений x отдельной популяции X_i в качестве самостоятельных решений обратной задачи.

Представлены примеры практического применения эволюционных алгоритмов при количественной интерпретации гравитационных аномалий в пределах Уральского региона и месторождений, расположенных в Восточной Сибири.

Представлен модифицированный монтажный метод в варианте РНК с применением бинарных эволюционных алгоритмов BDE и BGA. Показано, что включение на определенных этапах итерационного процесса дополнительной оптимизационной задачи, направленной на поиск оптимального подмножества элементов оболочки $V^* \subset O(\Omega_{i-1})$ для присоединения к ядру $Я(\Omega_{i-1})$, позволяет существенно улучшить качество результирующих моделей.

Таким образом, второе защищаемое положение, посвященное рассмотрению эволюционных алгоритмов в качестве инструмента решения нелинейной обратной задачи гравиразведки, позволяющего повысить достоверность определения геометрических параметров локальных объектов за счет построения репрезентативного множества моделей источников поля с последующим анализом структуры этого множества, обосновано и доказано.

ГЛАВА 4. КОМПЬЮТЕРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСФОРМАЦИИ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ФРАГМЕНТЕ СФЕРООБРАЗНОЙ ЗЕМЛИ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ИСТОЧНИКА

4.1. Трансформации геопотенциальных полей

Интерпретация данных гравиразведки в прикладной геофизике традиционно подразделяется на качественную и количественную. В процессе качественной интерпретации осуществляется выделение различных компонент гравитационного поля в редукции Буге Δg_B (трансформация) и анализ их морфологии, направленный на выявление устойчивых взаимосвязей между аномалиями силы тяжести и особенностями геологического строения площади исследований. В процессе количественной интерпретации выполняется определение параметров отдельных возмущающих объектов или моделирование изучаемого разреза (объема) геологической среды путем решения обратных задач.

Целью трансформации является преобразование цифровых моделей поля Δg_B , направленное на извлечение информации об аномалиях, связанных с отдельными геологическими телами, их группами или определенными геологическими границами [15]. Единой общепринятой классификации трансформаций геопотенциальных полей в настоящее время не существует. Среди большого количества существующих линейных трансформаций нередко выделяют две основные группы, различающиеся по своим спектральным характеристикам: 1) группу «региональных трансформаций», предназначенных для построения регионального фона и сглаживания исходного поля; 2) группу «локальных трансформаций», предназначенных для выделения локальных аномалий, обусловленных относительно малыми по размерам возмущающими объектами, залегающими на небольших глубинах [38].

Существуют два класса вычислительных методов, применяемых для определения региональных и локальных компонент геопотенциальных

полей: 1) класс, в котором задачи трансформации решаются на основе традиционных методов вычислительной математики (преобразования Фурье и цифровой фильтрации сигналов); 2) класс, где те же задачи решаются на основе аппроксимации полей потенциальными (истокообразными) функциями, представляющими собой эффекты эквивалентных источников [15].

К нелинейным трансформациям относится исключение из интерпретируемого поля Δg_B составляющей, создаваемой геологическими структурами с известными плотностными и геометрическими параметрами (геологическое редуцирование), например чехлом осадочных горных пород, перекрывающим кристаллический фундамент.

Метод моделирования поля системой точечных масс, известный в России под названием «истокообразная аппроксимация» [14], а за рубежом как «метод эквивалентного источника» [96], широко применяется при обработке и интерпретации геопотенциальных полей [26], а также при построении аналитических моделей рельефа земной поверхности. Наиболее широко он используется с целью трансформации геопотенциальных полей, т.е. для выделения содержащейся в интерпретируемом поле информации о геологических объектах определенного типа (например, о локальных приповерхностных неоднородностях или о глубинных границах раздела физических свойств горных пород).

Суть метода – аппроксимация наблюдаемых дискретных значений физического поля u , обусловленного совокупностью реальных геологических объектов с неизвестными параметрами, модельным полем u^* элементарных источников, расположенных в нижнем полупространстве:

$$\|u - u^*\| \leq \varepsilon, \quad (4.1)$$

где ε – малая величина, сопоставимая с точностью измерений поля u . Технологически наиболее просто для этого использовать наборы точечных масс Ω с фиксированными геометрическими параметрами, в этом случае задача сводится лишь к определению физических параметров $\mathbf{m}$ путем решения СЛАУ:

$$\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{u}, \quad (4.2)$$

где $\mathbf{u}$ – вектор наблюдаемых значений гравитационного (магнитного) поля, $\mathbf{m}$ – вектор неизвестных значений физических характеристик элементарных источников, G – матрица коэффициентов, представляющих собой аномальный эффект каждого источника, входящего в Ω .

К числу актуальных направлений развития методов трансформации геопотенциальных полей относится разработка новых технологий, учитывающих сферообразную форму Земли. В особенности это касается трансформации региональных аномалий силы тяжести, т.е. для территорий размером от сотен тысяч квадратных километров и более [75], в масштабах 1:200000 и мельче. В.Н. Страхов отмечал, что одним из основных направлений развития интерпретации геопотенциальных полей является разработка теории, методов и численных алгоритмов, основанных на представлении о Земле как о теле, близком к сфере, с использованием соответствующих аналитических соотношений в сферических координатах и геометрических представлений, согласованных с этой системой координат [78]. Рассмотрим некоторые аспекты моделирования аномалий силы тяжести на сферообразной Земле с использованием точечных масс.

4.2. О целесообразности сферических трансформаций и выборе модели Земли

Понятие «учета шарообразности Земли» при трансформации геопотенциальных полей подразумевает отказ от использования декартовой системы координат $\sum xuz$ для позиционирования точек задания поля Δg_B и от представления уровенной поверхности W_0 , отвечающей нулевой отметке высот в виде горизонтальной плоскости.

В работе [17] проведено сравнение различных моделей Земли при трансформации гравитационного поля Δg_B в пределах листа О-40 карты 1:1000000 масштаба (Пермский край): для моделей «плоской Земли» и «сферической Земли» (с радиусом $R=6371,1$ км) выполнен пересчет поля на плоскость $z=50$ км и на сферу радиусом $R=6421,1$ км соответственно, для полученных трансформант V_z

и V_r определены значения разностного поля $\delta = V_r - V_z$. Показано, что различия в рассчитанных трансформантах достаточно значимые: среднеквадратическое отклонение разностного поля δ составляет $\sim 3,4\%$ от среднеквадратического отклонения полей на высоте 50 км, а диапазон его изменения составляет $\sim 4,6\%$ от размаха каждого из этих полей.

Однако несмотря на то, что модель «сферической» Земли с радиусом 6371,1 км является более близкой по объему к референц-эллипсоиду Красовского, для расчетов с учетом сферичности более целесообразно использовать «квазиэллипсоидальную» модель – сферу В.В. Каврайского с радиусом $R=6372,9$ км. Для сферы Каврайского относительные погрешности в расстояниях и угловых величинах в 3–4 раза меньше, чем для обычной сферы с радиусом 6371,1 км [5].

При переходе от эллипсоидальной модели Земли к «сферической» долгота L остается неизменной, при этом происходит замена геодезической широты B на геоцентрическую широту φ . Направление силы тяжести в таком случае отвечает радиус-вектору, а не нормали к поверхности эллипсоида (рисунок 4.1). Для перехода от геодезической широты к геоцентрической В.В. Каврайским предложена формула:

$$\varphi = B - 8'39'' \sin 2B. \quad (4.3)$$

Использование сферы Каврайского имеет некоторые преимущества перед представлением формы Земли в виде эллипсоида вращения, которое влечет за собой использование общеземной геоцентрической системы координат ΣXYZ . Ряд исследователей используют эту систему для решения геофизических задач, например [52; 74]. Для выполнения трансформации, решения прямых и обратных задач гравиразведки в таком случае для каждой точки расчета поля требуется переход от системы ΣXYZ к топоцентрическим (местным) координатам [84], что требует дополнительных вычислительных затрат.

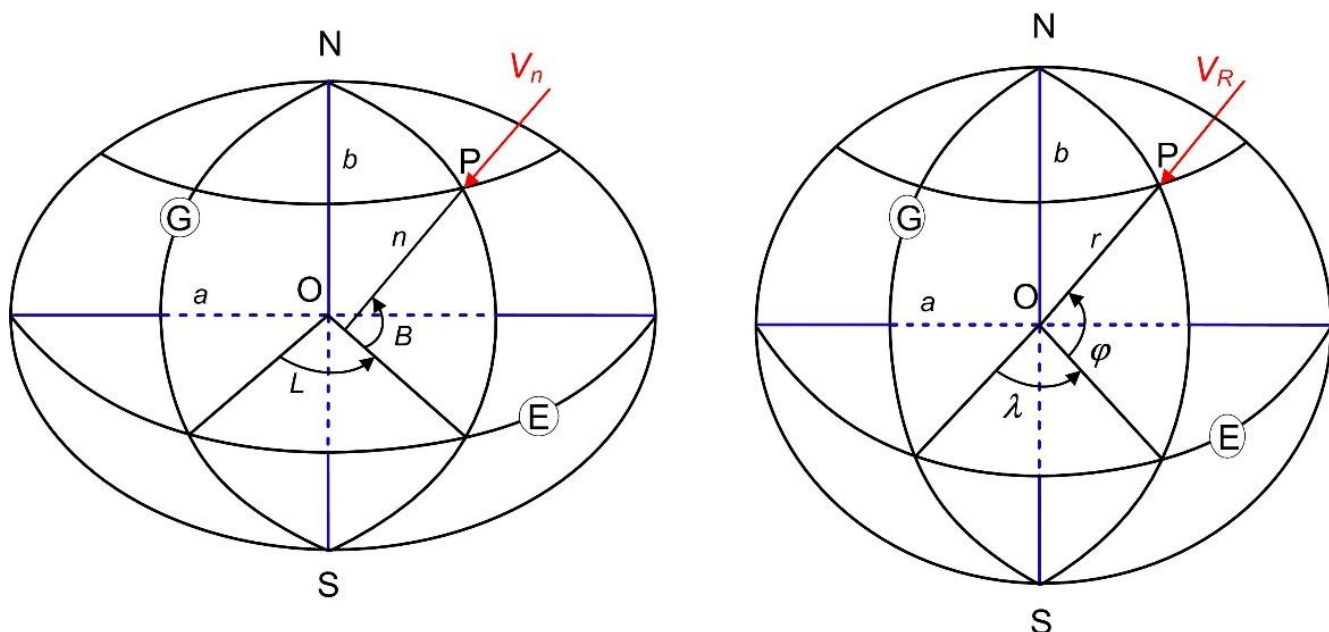


Рисунок 4.1 – «Эллипсоидальная» и «сферическая» модели Земли: N, S – полюса; G – плоскость Гринвичского меридиана; E – плоскость экватора; B – геодезическая широта; φ – геоцентрическая широта; L, λ – долгота; красный цвет – вектор силы тяжести

Соответственно, для используемого приближения формы нашей планеты в виде сферы Каврайского, понятие аномалии силы тяжести Δg_B будет отвечать уже не 1-й вертикальной производной гравитационного потенциала V_Z , а его 1-й радиальной производной V_R . Гравитационный эффект (1-я радиальная производная гравитационного потенциала) точечного источника с единичной массой с использованием сферической модели Земли V_R (рисунок 4.2) выражается как:

$$V_R(R_0, \varphi_0, \lambda_0) = G \frac{(R_0 - r \cos \omega)}{r_0^3}, \quad (4.4)$$

где $G=6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ – гравитационная постоянная, $R_0, \varphi_0, \lambda_0$ – координаты точки измерений, r, φ, λ – координаты источника, $r_0 = \sqrt{R_0^2 + r^2 - 2R_0r \cos \omega}$, ω – угол при центре O земного шара между точкой измерений и источником, при этом $\cos \omega = \cos \varphi_0 \cos \varphi + \sin \varphi_0 \sin \varphi \cos(\lambda_0 - \lambda)$.

Однако обоснованный выбор модели Земли не снимает всех сложностей, возникающих при трансформации региональных аномалий силы тяжести V_R . Наряду с выбором модели Земли, необходимо учитывать влияние известных

геологических границ и гравитационный эффект геоплотностных неоднородностей, расположенных за пределами площади расчета трансформант.

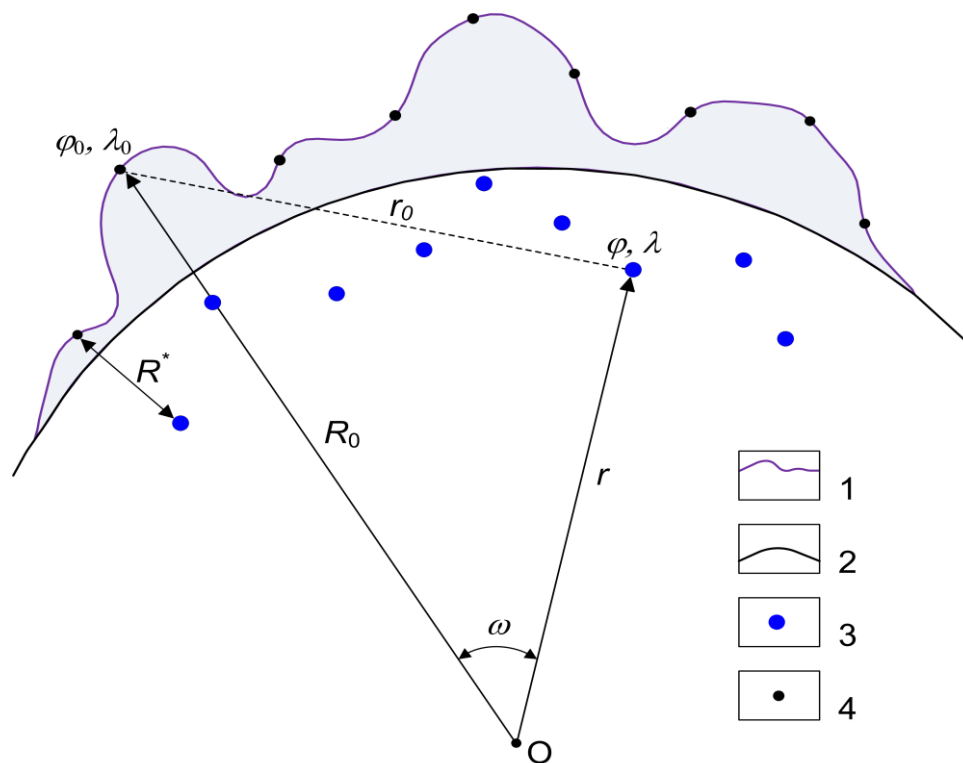


Рисунок 4.2 – Схема расположения эквивалентных источников при аппроксимации аномалий силы тяжести с использованием сферических координат: 1 – промежуточный слой горных пород, использующийся при вычислении аномалий Буге; 2 – поверхность сферической модели Земли; 3 – точечные массы; 4 – точки задания значений гравитационного поля

4.3. Геологическое редуцирование с учетом сферичности Земли

Важным этапом обработки данных гравиметрических наблюдений является геологическое редуцирование, т.е. исключение гравитационных эффектов от известных геологических границ и структур из экспериментальных данных о поле. Геологическое редуцирование является реализацией одного из методологических принципов В.Н. Страхова: «при наличии априорной информации о распределении источников аномального поля в некоторой части объема изучаемой геологической среды, эффект от этих источников должен быть исключен из экспериментальных данных о поле» [77].

Процедура редуцирования позволяет локализовать участки аномального поля, связанные с искомыми геологическими объектами, слабо проявленными на исходной карте изоаномал гравитационного поля в редукции Буге. Для нахождения гравитационных эффектов от известных геологических тел решается прямая задача гравиметрии с использованием аналитических выражений либо численного интегрирования. Аналитические приемы используются при работе с простыми физико-геологическими моделями, представленными совокупностью элементарных тел правильной геометрической формы (в частности – призмами). Однако для эффективного решения многих практических задач на сферообразной Земле требуется использование элементарных тел, для которых не существует аналитического решения прямой задачи гравиметрии. Одной из подобных моделей является сферический параллелепипед (СП), или тессероид (рисунок 4.3).

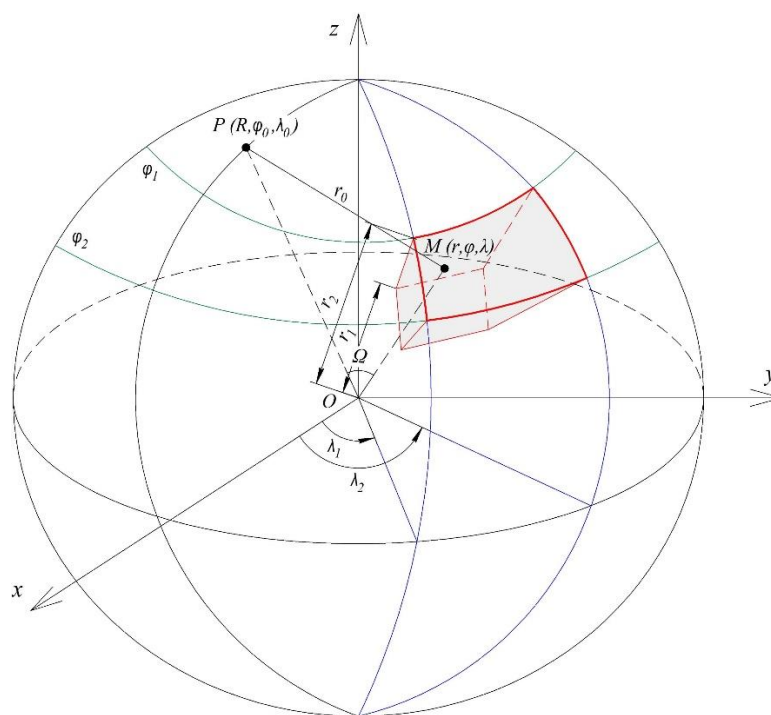


Рисунок 4.3 – Сферический параллелепипед (серый цвет) в оболочке шарообразной Земли

Геологическое редуцирование предлагается осуществлять путем аппроксимации моделируемых слоев геологического разреза плотной упаковкой СП, соприкасающихся между собой боковыми гранями. СП представляет собой

фрагмент Ω шара радиусом R с центром, совпадающим с началом координат O сферической системы координат $\Sigma r\varphi\lambda$, помещенным в центр Земли. СП ограничен частями двух сферических поверхностей с радиусами r_1, r_2 и центрами в точке O ; двумя плоскостями, направленными под углами λ_1, λ_2 в экваториальной плоскости и пересекающимися на полярной оси OZ ; двумя коническими поверхностями φ_1, φ_2 с вершиной в точке O . Производная V_R его гравитационного потенциала для точки P с координатами R, φ_0, λ_0 определяется выражением:

$$V_R(R, \varphi_0, \lambda_0) = G\sigma \iiint_{r_1, \varphi_1, \lambda_1}^{r_2, \varphi_2, \lambda_2} (R - r\cos\omega)r_0^{-3} r^2 \sin\varphi dr d\varphi d\lambda, \quad (4.5)$$

где $r_0 = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega}$, G – гравитационная постоянная; σ – избыточная плотность СП, r, φ, λ – переменные интегрирования, ω – угол при центре шара между точками M и P , $\cos\omega = \cos\varphi_0\cos\varphi + \sin\varphi_0\sin\varphi\cos(\lambda_0 - \lambda)$.

Интеграл (4.5) не имеет аналитического решения, поэтому для расчета гравитационного эффекта СП в данном случае приходится прибегнуть к численному интегрированию [35]. Алгоритм решения прямой задачи гравиметрии от набора СП был реализован в программе «SP_FORWARD» [71], написанной на языке C++, обеспечивающей высокую скорость расчета за счет параллельных и векторизованных вычислений. Время вычисления поля V_R в одной точке от единичного СП составляет около 7×10^{-6} с. В процессе расчетов используется адаптивный квадратурный алгоритм, достаточно эффективный при вычислении интегралов от функций с особенностями [4].

Качество и точность результатов решения прямой задачи при использовании численных методов зависят от степени детализации заданной физико-геологической модели. В рамках региональных гравиметрических исследований на этапе обработки, при геологическом редуцировании, используются различные модели глубинного строения земной коры. Одной из таких моделей является глобальная модель земной коры CRUST 1.0 [103], шаг сети данной модели составляет 1° по широте и долготе. Модель CRUST 1.0 базируется на компиляции

пространственно разобранной геологической и геофизической информации в единую, удобную для использования систему. Точность модели позволяет отслеживать наиболее крупные тектонические элементы земной коры и ее строение в целом. Ниже представлены результаты решения прямой задачи гравиметрии с использованием разработанного алгоритма для модели осадочного слоя в пределах Уральского региона по данным модели CRUST 1.0. При расчетах также использовалась глобальная модель рельефа земной поверхности ETOPO1 [90].

С целью повышения разрешения исходных данных, или «апскейлинга», исходные данные линейно интерполировались на четыре регулярные сети с шагом $0,5^\circ$, $0,25^\circ$, $0,1^\circ$ и $0,05^\circ$ соответственно (рисунок 4.4).

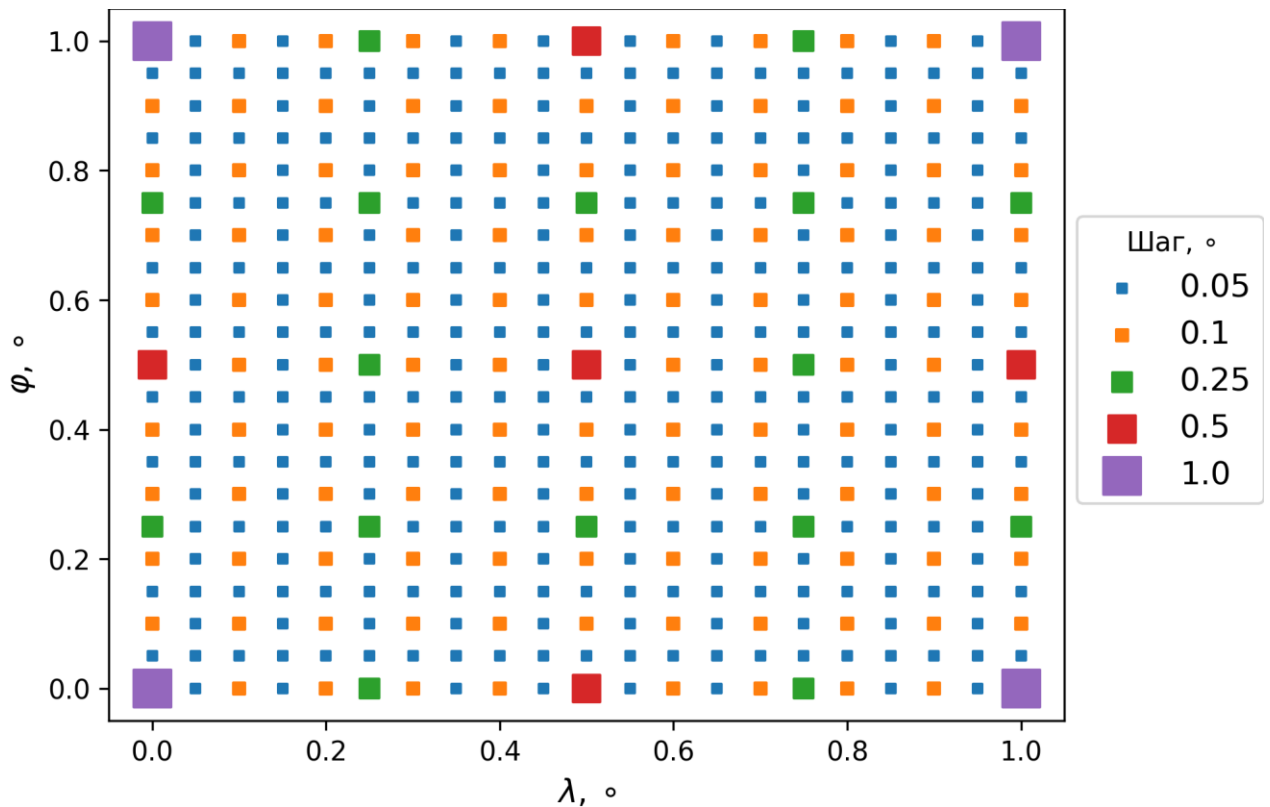


Рисунок 4.4 – Расположение узлов регулярных сетей размещения источников поля

В узлах каждой сети размещались центры СП с различной длиной оснований. Таким образом, модель осадочного чехла аппроксимировалась 925, 3577, 21901 и 87001 СП соответственно. Для всей площади значения избыточной плотности

осадочного чехла задавались равными $-0,3 \text{ г/см}^3$. Результаты решения прямой задачи представлены на рисунке 4.5. Можно отметить, что морфология полученных модельных полей в целом почти одинакова и незначительно изменяется при уменьшении шага интерполяции.

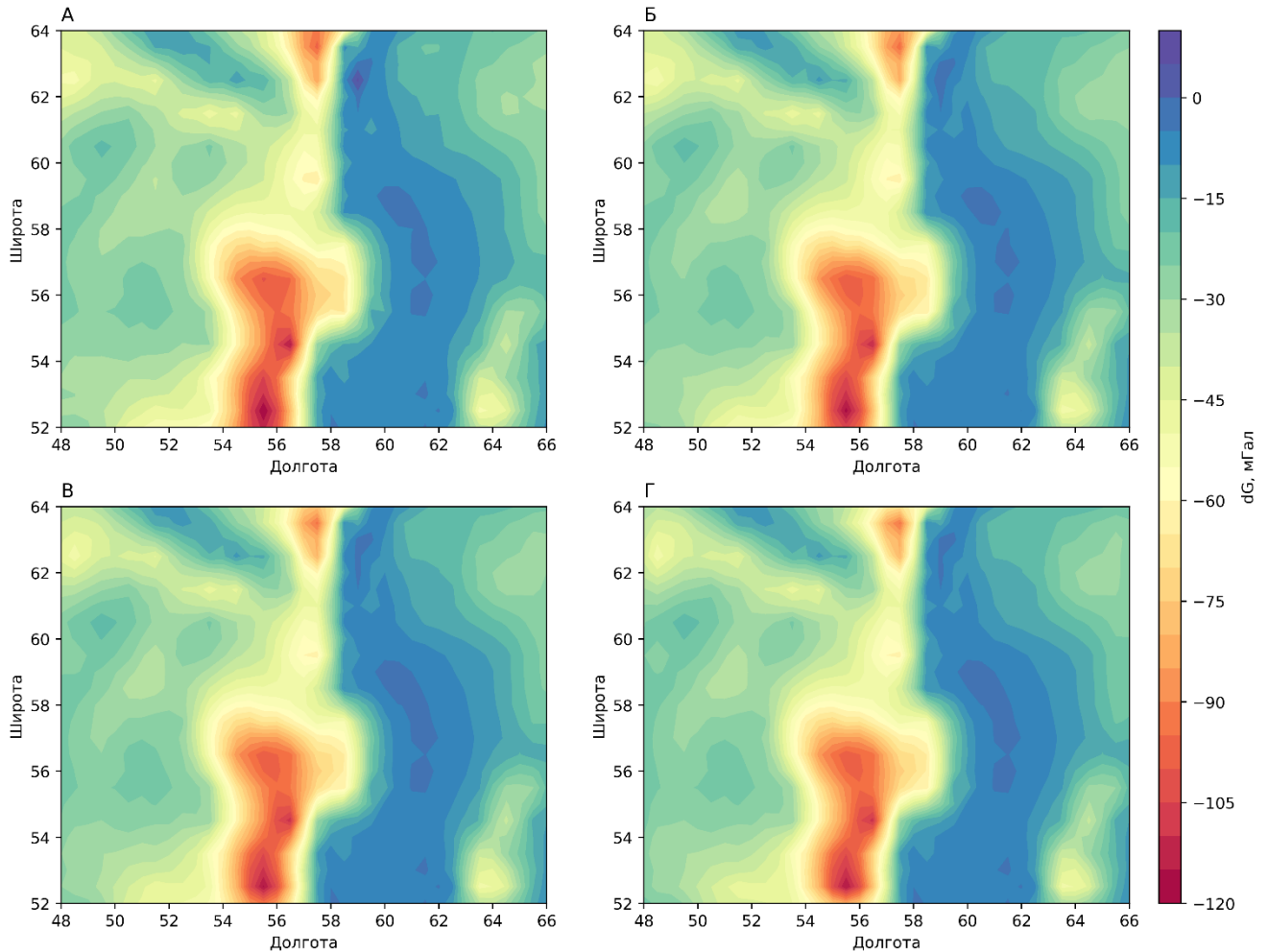


Рисунок 4.5 – Результаты решения прямой задачи гравиметрии при разном шаге между центрами СП, аппроксимирующих модель осадочного чехла: а – шаг $0,5^\circ$; б – шаг $0,25^\circ$; в – шаг $0,1^\circ$; г – шаг $0,05^\circ$

Для оценки эффективности решения прямой задачи гравиметрии в зависимости от размера источников гравитационного поля (т.е. шага сети) и сравнения полученных результатов рассчитаны статистические параметры модельного поля, приведенные в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Характеристика модельных полей при разной детальности описания осадочного слоя набором СП

Шаг сети, °	N	Min, мГал	Max, мГал	Среднее, мГал	Медиана, мГал	T, с
0,5	925	-119,972	5,871	-31,365	-27,200	11
0,25	3577	-117,792	-1,486	-30,500	-26,390	23
0,1	21901	-116,747	-2,313	-30,148	-26,061	77
0,05	87001	-116,481	-2,302	-29,870	-25,749	271

Примечание: N – количество СП, аппроксимирующих модель осадочного чехла, Min – минимальное значение амплитуды поля, Max – максимальное значение амплитуды поля, T – время расчета прямой задачи.

По приведенным данным можно установить, что при шаге сети 0,25°, 0,1° и 0,05° полученные результаты достаточно близки: различия статистических характеристик составляют десятые доли мГал. При этом время решения прямой задачи резко возрастает при усложнении интерпретационной модели путем сгущения шага сети.

Для оценки эффективности масштабирования данных рассчитаны разностные поля. Поле, полученное на основе сети с шагом 0,05°, можно считать наиболее точным, поэтому остальные результаты вычитались из него, т.е. сравнивались с ним, затем вычислялся модуль расхождения полей. Распределение невязок между «приближенными» и «точным» полями представлено в виде скрипичных диаграмм с квазилогарифмической шкалой по вертикальной оси (рисунок 4.6), а количественные характеристики разностных полей приведены в таблице 4.2. Представленные данные указывают на то, что значения поля, рассчитанного с шагом интерполяции 0,05°, незначительно отличаются от значений полей, рассчитанных при большем шаге. Также отметим, что наиболее высокие значения невязки относятся к краевым частям исследуемой площади.

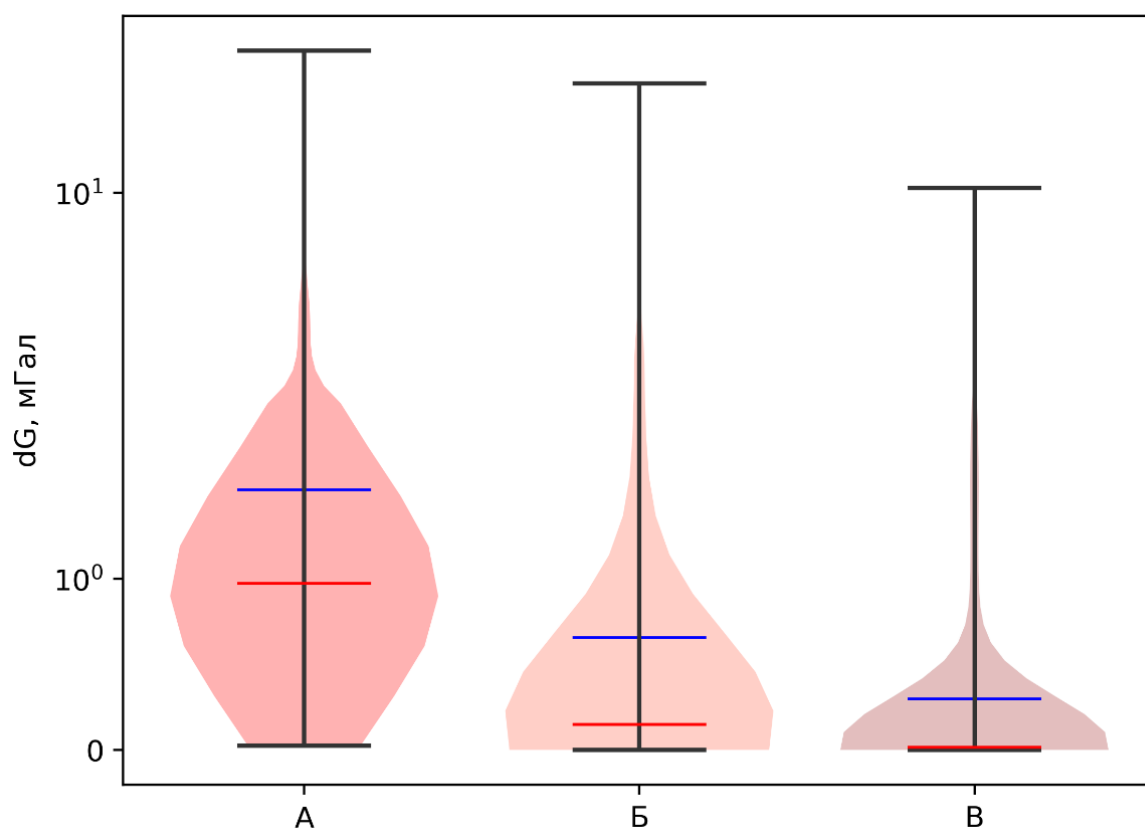


Рисунок 4.6 – Распределение невязок между полем при шаге интерполяции $0,05^\circ$ и полем при шаге: а – $0,5^\circ$, б – $0,25^\circ$, в – $0,1^\circ$; синяя линия – среднее, красная линия – медиана

Таблица 4.2 – Характеристика разностных полей

Шаг сети, $^\circ$	Min, мГал	Max, мГал	Среднее, мГал	Медиана, мГал
0,5	0,02361	28,924	1,522	0,973
0,25	0,00015	22,586	0,656	0,148
0,1	0,00006	10,359	0,299	0,016

Таким образом, показано, что применение процедуры «апскейлинга» позволяет улучшить качество результатов решения прямой задачи гравиметрии. Однако уменьшение шага сети с целью повышения детальности моделирования во многих случаях нецелесообразно ввиду значительного увеличения затрат вычислительного времени при малом изменении получаемых результатов.

4.4. Математические аспекты истокообразных алгоритмов трансформации аномалий силы тяжести при региональных исследованиях

Как упоминалось ранее, определение параметров системы точечных источников аномального поля силы тяжести в истокообразных алгоритмах происходит путем решения СЛАУ. В большинстве практических случаев порядок СЛАУ (4.2) составляет 10^4 – 10^7 , что влечет за собой необходимость использования приближенных итерационных методов для ее решения с заданной погрешностью ε , определяемой погрешностью гравиметрической съемки: $\|G\mathbf{m} - \mathbf{u}\| \leq \varepsilon$.

Для трансформации региональных аномалий силы тяжести под руководством А.С. Долгая разработан алгоритм, включающий в аппроксимационную конструкцию не только информацию, относящуюся к непосредственной территории исследований D_1 , но и к сопредельной территории D_2 , площадь которой в несколько раз больше D_1 . Такой подход обусловлен тем, что различные пространственные распределения эквивалентных источников, одинаково хорошо аппроксимирующие аномалии силы тяжести на поверхности Земли, могут генерировать заметно различающиеся между собой значения трансформант [61]. Учет влияния сторонних источников, относящихся к области D_2 , позволяет уменьшить проявление краевых эффектов на различных трансформантах поля u .

Рассматриваемый алгоритм, направленный на борьбу с краевыми эффектами, базируется на применении двухуровневых аппроксимационных конструкций [105] в сочетании с разрежением сети точек; таким образом, происходит раздельное моделирование локальной и региональной составляющих поля. Расчет трансформант осуществляется путем решения прямой задачи гравirazведки от «глубинных» и «приповерхностных» эквивалентных источников [38]. Алгоритм реализован в программе «TRANSF_VR» (рисунок 4.7), написанной на языке Delphi [72]. Алгоритм осуществляет совместную аппроксимацию двух массивов данных, отвечающих непосредственно изучаемой площади D_1 и обрамляющей ее территории области D_2 .

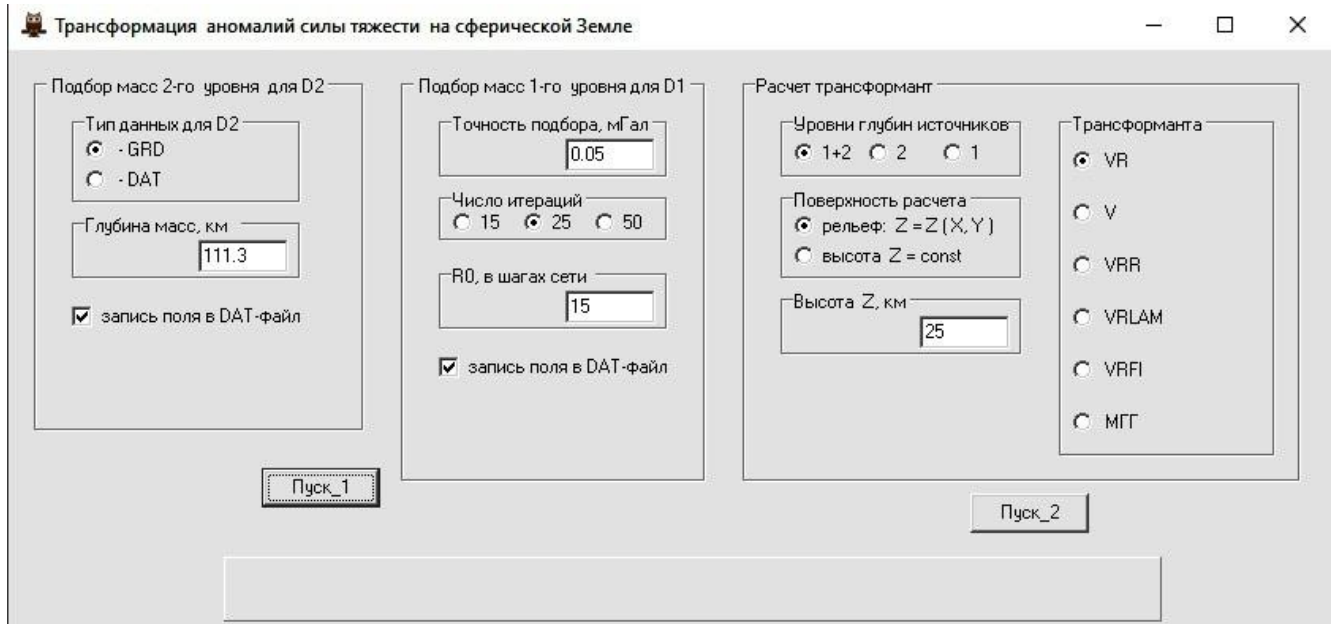


Рисунок 4.7 – Интерфейс программы «TRANSF_VR»

Под трансформантой функции $u(\varphi, \lambda, R)$ подразумевается новая функция $v(\varphi, \lambda, R)$, определенная на произвольной поверхности S в пределах области D_1 :

$$v(\varphi, \lambda, R) = T\{u(\varphi, \lambda, R)\} = T\{u_1(\varphi, \lambda, R)\} + T\{u_2(\varphi, \lambda, R)\}, \quad (4.6)$$

где T – некоторый линейный оператор трансформации, а функция u представляет собой сумму двух составляющих: $u = u_1 + u_2$, где u_1 – низкочастотная составляющая, моделируемая набором «глубинных» источников в пределах области D_2 , а u_2 – высокочастотная составляющая, созданная набором «приповерхностных» источников внутри области исследований D_1 .

На первом этапе аппроксимации выполняется определение значений «глубинных» точечных масс, обеспечивающих минимум среднеквадратического расхождения исходного и модельного полей во всех имеющихся точках поля, при этом совпадающие точки областей D_1 и D_2 исключаются. При разреженной сети задания сторонних источников D_2 , система $G\mathbf{m} = \mathbf{u}$ является переопределенной, для ее решения формируется нормальная СЛАУ:

$$G^T G \mathbf{m} = G^T \mathbf{u}. \quad (4.7)$$

Поскольку матрица коэффициентов $G^T G$ обладает свойством симметричности и положительной определенности, решение системы (4.7) осуществляется на основе разложения Холецкого [12]:

$$G^T G = L L^T, \quad (4.8)$$

где L – нижняя треугольная матрица со строго положительными элементами главной диагонали. За счет декомпозиции исходной задачи решение $\mathbf{m}$ находится путем последовательного решения СЛАУ:

$$L \mathbf{y} = G^T \mathbf{u}, \quad (4.9)$$

$$L^T \mathbf{m} = \mathbf{y}. \quad (4.10)$$

В результате выполняется устойчивое определение значений «глубинных» точечных масс $\mathbf{m}_1$, обеспечивающих минимум среднеквадратического расхождения исходного и модельного полей во всех точках поля, принадлежащих изучаемой площади D_1 и обрамляющей ее территории D_2 : $D_1 \subset D_2$.

На втором этапе гравитационный эффект от разности исходных значений поля $\mathbf{u}$ и поля $\mathbf{u}^\Gamma$ «глубинных» источников, определенных на первом этапе:

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u} - \mathbf{u}^\Gamma, \quad (4.11)$$

в пределах области D_1 аппроксимируется системой «приповерхностных» точечных масс $\mathbf{m}_2$, расположенных на сравнительно небольшой глубине. Значения этой системы масс определяются путем решения СЛАУ итерационным методом наискорейшего спуска:

$$\mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^k - \alpha^k \mathbf{r}^k, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{r}^k = G \mathbf{m}^k - \mathbf{u}^*, \quad (4.13)$$

$$\alpha^k = \frac{(\mathbf{r}^k, \mathbf{r}^k)}{(G \mathbf{r}^k, \mathbf{r}^k)}, \quad (4.14)$$

где k – номер итерации, $\mathbf{m}^k$ – параметры точечных масс, определенные на k -й итерации. Критерием останова итерационного процесса является либо достижение порогового значения ε расхождения между рассчитанным полем и полем $\mathbf{u}^*$ в евклидовой метрике $\|G \mathbf{m} - \mathbf{u}^*\| \leq \varepsilon$, либо превышение максимального установленного числа итераций $k^{\max}$.

В процессе подбора параметров «приповерхностных» источников $\mathbf{m}_2$ методом наискорейшего спуска используется предварительно рассчитанный массив коэффициентов системы, представляющий собой разреженную матрицу, сформированную с учетом резкого уменьшения амплитуды гравитационного поля по мере удаления от точечного источника. В работе [38] показано, что при удалении от точечной массы на расстояние $50h$, амплитуда поля V_z составляет $\sim 0,000008V_z^{max}$, где h – глубина залегания точечной массы, V_z^{max} – амплитуда поля над точечной массой. Таким образом, гравитационные эффекты точечных источников, расположенных дальше заданного расстояния r^{max} от соответствующих точек наблюдения, приравниваются к нулю. Это позволяет значительно ускорить сходимость итерационного процесса.

Отдельно стоит отметить, что высокую точность аппроксимации аномалий силы тяжести и высокую скорость сходимости итерационного процесса обеспечивает соблюдение условия $1 \leq R^*/r(\Delta) \leq 1,5$, где R^* – удаление точечной массы от точки задания поля по радиусу Земли вниз, $r(\Delta)$ – расстояние между точками измерений: $r(\Delta) \cong r(\Delta_1) \cong r(\Delta_2)$, где Δ_1, Δ_2 – шаг модели гравитационного поля в градусной мере по широте и долготе соответственно [1].

4.5. Результаты практического применения разработанных алгоритмов в пределах Курильской островной дуги

Рассмотрим результаты применения разработанной интерпретационной технологии для района Курильской островной дуги (КОД), ограниченного координатами 40° – 54° с.ш., 142° – 162° в.д. с площадью $\sim 2,4$ млн км² (рисунок 4.8).

При интерпретации использована глобальная модель гравитационного поля Земли EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD [104], созданная на основе данных спутниковых миссий GRACE и SLR в 2019 г.: гравитационные аномалии в полной редукции Буге, определенные для плотности материков $2,67$ г/см³ и плотности океанов $1,05$ г/см³ по сети $1^\circ \times 1^\circ$ для области D_2 с координатами 26° – 68° с.ш.,

122°–180° в.д., включающей в себя территорию исследований D_1 , где шаг задания значений поля составил 15'×15' (рисунок 4.9). Перепад амплитуды гравитационного поля V_R в пределах этой территории достигает примерно 480 мГал. Размерность GRID модели для области D_1 – 57×81 ($N_1 = 4\,617$ точек), для области D_2 – 43×59 ($N_2 = 2\,537$ точек).



Рисунок 4.8 – Обзорная карта района КОД; красный контур – площадь исследований

В качестве источника данных о рельефе (дневном и подводном) земной поверхности взята модель ETOPO1. Для геологического редуцирования использованы данные глобальной модели строения земной коры CRUST 1.0. Для всех типов исходных данных использовались геодезические координаты – широта B и долгота L для эллипсоида WGS84. Переход от геодезических координат B и L

к сферической системе координат $\Sigma \varphi, \lambda, r$ выполнен с использованием сферы Каврайского.

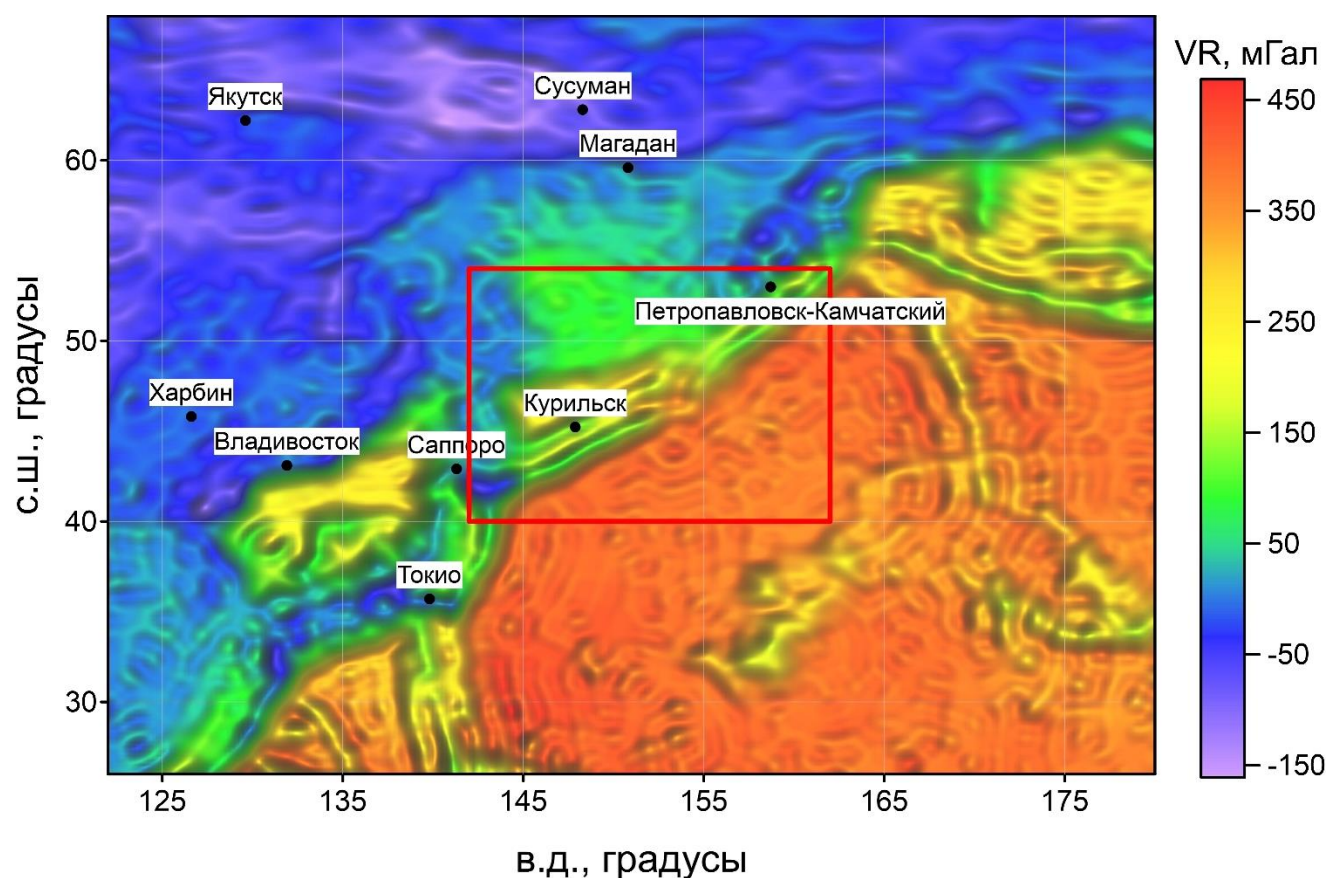


Рисунок 4.9 – Карта аномалий силы тяжести V_R в полной редукции Буге – глобальная модель EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD: красный контур – площадь исследований D_1

Сеточные данные, содержащие информацию о мощности осадочного слоя и глубине до границы Мохоровичича (Мохо), представленные в модели CRUST 1.0, интерполированы методом «Triangulation with Linear Interpolation» программы Surfer в узлы сети $15' \times 15'$. Масштабирование данных во всей области D_2 позволило значительно уменьшить погрешности решения прямой задачи гравиразведки для осадков и нижележащего слоя земной коры, принятых однородными по плотности. Эффективная плотность при решении прямой задачи для слоя осадков составила $-0,5 \text{ г/см}^3$, перепад плотности на границе Мохо равнялся $0,25 \text{ г/см}^3$, а соответствующие слои аппроксимировались плотной упаковкой из 39377 СП.

Процесс геологического редуцирования гравитационного поля характеризуют таблица 4.3 и рисунок 4.10.

Таблица 4.3 – Статистические характеристики цифровых моделей полей

Поле	Минимум, мГал	Максимум, мГал	Размах, мГал	Среднее, мГал	Сред. квадр. откл., мГал
Исходное поле V_R	-61,8	419,0	480,8	213,1	145,4
Поле V_R после исключения влияния границы Мохо	253,0	526,5	273,5	422,1	66,7
Поле V_R после исключения влияния границы Мохо и слоя осадков	308,0	577,9	269,9	455,4	53,6

Анализ статистических характеристик полей свидетельствует о том, что приближенный учет влияния геологических границ привел к уменьшению размаха и дисперсии V_R при повышении среднего значения. Редуцированное гравитационное поле (рисунок 4.10в) после исключения постоянной составляющей 240 мГал использовалось для дальнейшего вычисления трансформант.

Для расчета трансформант в пределах исследуемой области D_1 использован рассмотренный в разделе 4.4 алгоритм, базирующийся на двухуровневой аппроксимационной конструкции. В данном случае площадь области D_2 , окаймляющей непосредственную территорию исследований D_1 , приблизительно в 9 раз больше последней (рисунок 4.9).

На первой стадии аппроксимации значения 2537 «глубинных» (111,3 км от земной поверхности) точечных масс, обеспечивающие минимум среднеквадратического расхождения исходного и модельного полей во всех точках поля (число которых в данном случае составляет 6839), определяются путем формирования нормальной СЛАУ с последующим решением на основе разложения Холецкого. Точность аппроксимации поля для области D_2 составила $\sim 2,2$ мГал.

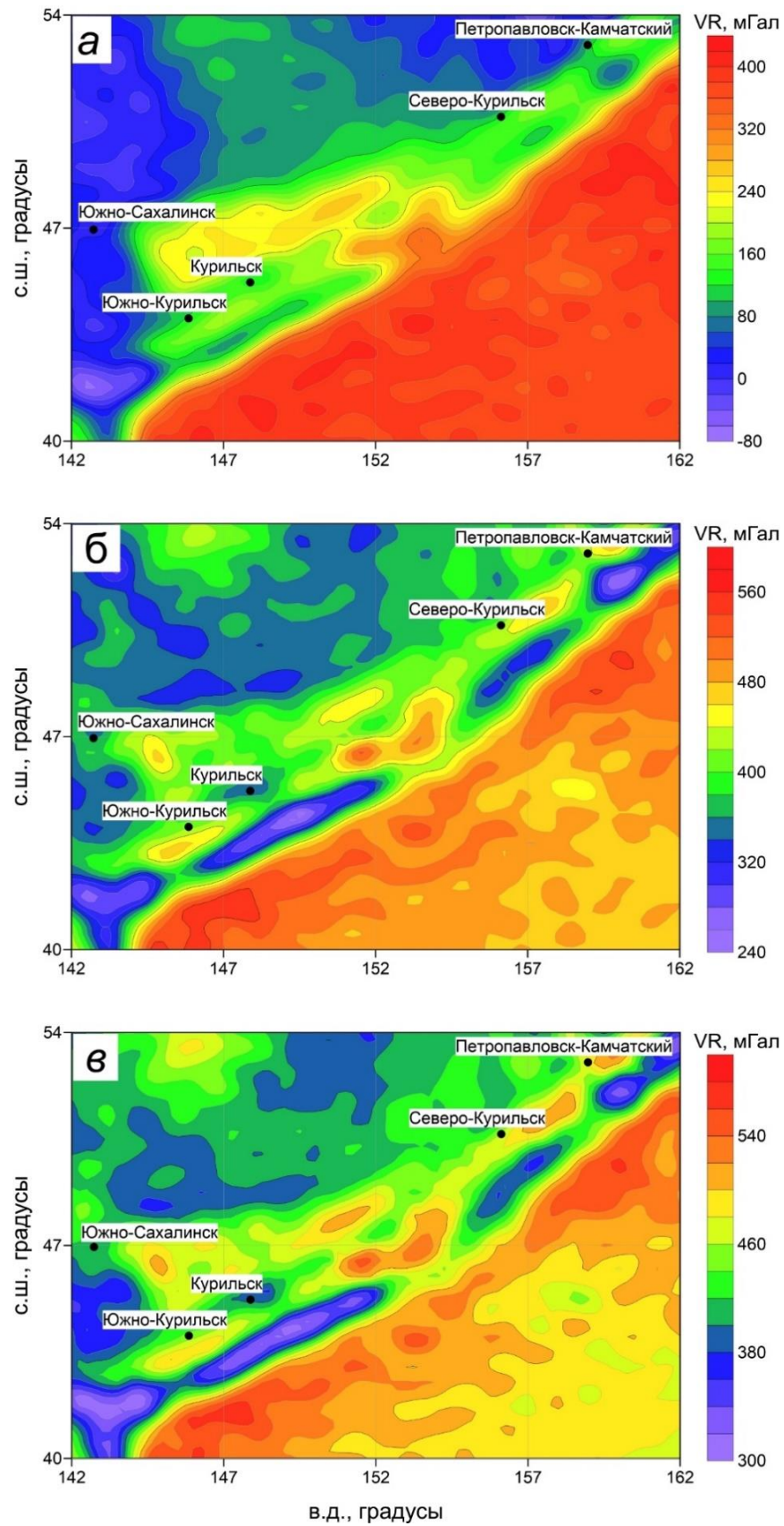


Рисунок 4.10 – Результаты геологического редуцирования гравитационного поля V_R : карты изоаномал: а – исходного поля, б – поля с учетом влияния границы Мохо, в – поля с учетом влияния границы Мохо и слоя осадков

На второй стадии в пределах области D_1 определяются параметры «приповерхностных» точечных масс, расположенных на глубине 27,825 км, аппроксимирующих разностное поле $\mathbf{u}^* = \mathbf{u} - \mathbf{u}^\Gamma$, где $\mathbf{u}$ – исходное поле, $\mathbf{u}^\Gamma$ – поле «глубинных» источников. Решение СЛАУ на этом этапе выполняется на основе метода наискорейшего спуска. После выполнения 50 итераций достигнуто среднеквадратическое расхождение модельного и разностного полей 0,16 мГал, что превышает точность исходных материалов [47].

После определения параметров двух систем точечных масс, соответствующих «глубинным» и «приповерхностным» источникам поля, для вычисления трансформант v могут применяться различные линейные операторы T [12]. На рисунке 4.11а представлены результаты пересчета гравитационного поля V_R на уровень $H=25$ км. В качестве локальной компоненты поля можно рассматривать вторую радиальную производную гравитационного потенциала V_{RR} на высоте 75 км (рисунок 4.11б). Вторые производные гравитационного потенциала характеризуют скорость изменения силы тяжести в пространстве и отражают локальные особенности геологического строения. Для корректного использования производных $V_{R\lambda}$, $V_{R\varphi}$ при вычислении горизонтального градиента аномалий силы тяжести (рисунок 4.11в) необходимо дополнительно ввести в расчеты коэффициенты Ламе для сферической системы координат $\tau_1 = 1/(R_0 \sin \varphi)$ и $\tau_2 = 1/R_0$ соответственно [9]. Таким образом, модуль горизонтального градиента Gr рассчитывается как:

$$Gr = \sqrt{(\tau_1 V_{R\lambda})^2 + (\tau_2 V_{R\varphi})^2}. \quad (4.15)$$

Карта гравитационного потенциала V на высоте 10 км отражает распределение глубинных геоплотностных неоднородностей (рисунок 4.11г).

Сопоставим полученные результаты вычисления гравитационного потенциала V с результатами, опубликованными ранее в работе [37], где для трансформации используется одноуровневая аппроксимационная конструкция с

переменными (зависящими от широты) глубинами размещения точечных масс (рисунок 4.12).

Сравнение карт гравитационного потенциала V позволяет заключить, что недостаток суммарной массы источников на периферии территории привел к появлению артефактов – замыканию изолиний вблизи ее границ, на северо-западе и юго-востоке (рисунок 4.12а). Это может привести к ложным выводам о наличии здесь крупных геоплотностных неоднородностей, об отсутствии которых свидетельствуют результаты, полученные в разработанной программе «TRANSF_VR».

Таким образом, в результате применения двухуровневой аппроксимационной конструкции удастся существенно минимизировать краевые искажения, возникающие при использовании одноуровневой аппроксимационной конструкции.

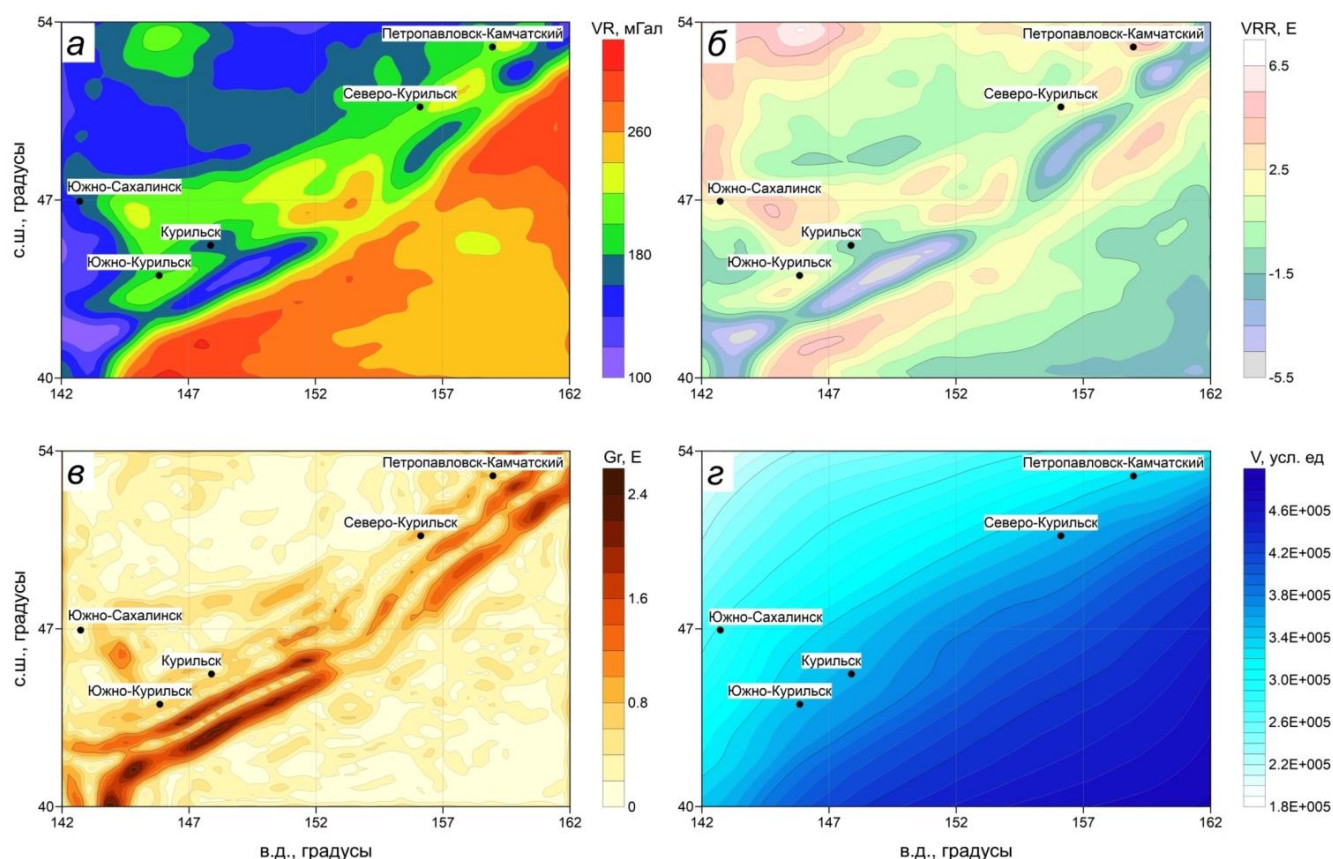


Рисунок 4.11 – Карты трансформант гравитационного поля: а – V_R на высоте 25 км, б – V_{RR} на высоте 75 км, в – Gr на высоте 10 км, г – V на высоте 10 км

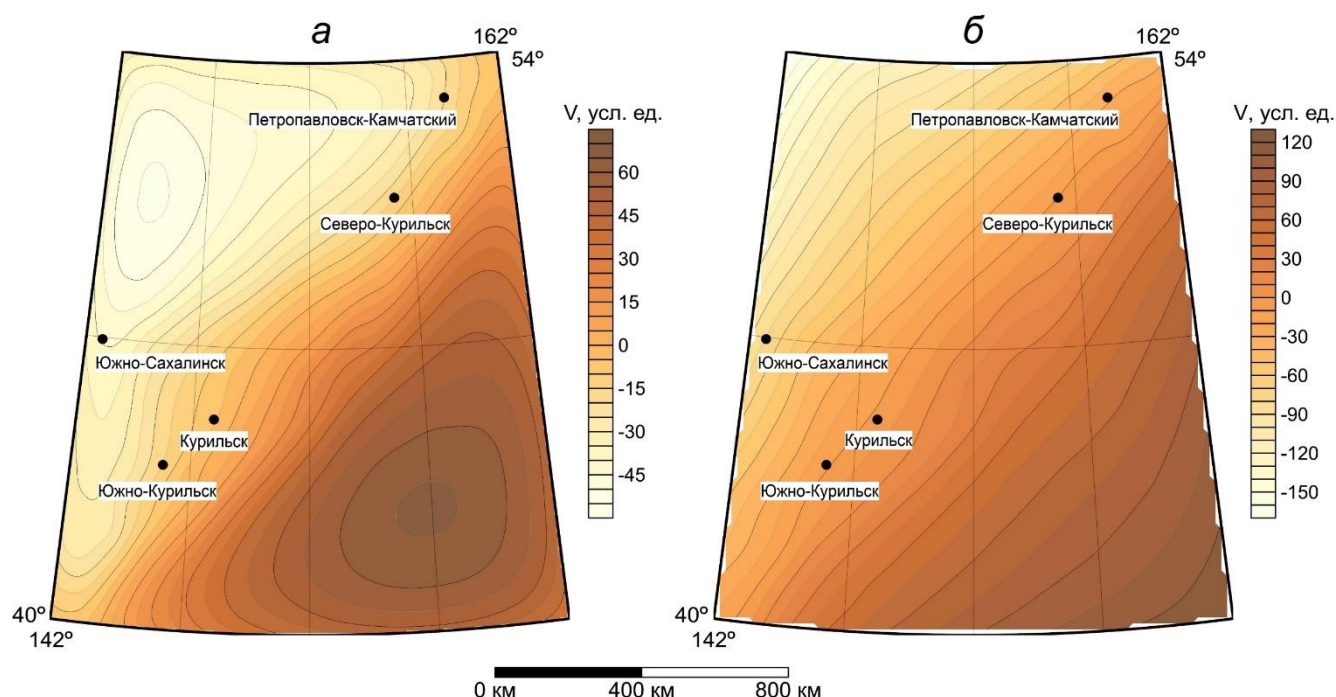


Рисунок 4.12 – Карты гравитационного потенциала V на высоте 10 км, построенные с использованием одноуровневой (а) и двухуровневой (б) аппроксимационной конструкции

Выводы по главе 4

На основе вышеизложенного можно заключить, что учет сферичности как Земли в целом, так и отдельных ее составляющих, в рамках региональных гравиметрических исследований является необходимостью. Использование «плоской» модели Земли уместно при изучении сравнительно малых площадей (до нескольких сотен тысяч квадратных километров и не более 6° по долготе), в противном случае ошибки, возникающие при трансформациях полей без учета сферичности, могут быть довольно значительными и приводить к ложным выводам в процессе интерпретации.

Рассмотрен способ подавления помех от известных источников аномального поля (геологическое редуцирование) с использованием глобальной модели земной коры CRUST 1.0 на основе решения прямой задачи от элементарных тел, обладающих элементами сферичности. Представленный алгоритм реализован в программе «SP_FORWARD», характеризующейся высокой скоростью расчетов.

Построение двухуровневых аппроксимационных конструкций с учетом сферообразной формы Земли позволяет минимизировать краевые эффекты, обеспечивая высокую точность расчета различных трансформант, что было продемонстрировано на примере преобразования гравитационного поля в полной редукции Буге для Курильской островной дуги, сопредельных акваторий и частей суши. Соответствующий алгоритм реализован в программе «TRANSF_VR».

Рассмотренные алгоритмы трансформации гравитационного поля с учетом сферичности, составляющие единую технологическую цепочку, могут применяться для решения геологических задач, связанных с изучением глубинного строения, структурно-тектонического районирования и прогнозирования полезных ископаемых в пределах больших территорий (1 млн км² и более).

Таким образом, третье защищаемое положение о целесообразности учета сферообразной формы Земли при трансформации гравитационных аномалий методом эквивалентного источника и геологическом редуцировании в рамках региональных исследований, обосновано и доказано.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках диссертационной работы разработаны алгоритмы количественной интерпретации данных ВЭЗ и гравirazведки на основе эволюционной оптимизации и компьютерная технология трансформации региональных аномалий силы тяжести с учетом сферичности Земли. Получены следующие результаты:

1. Разработаны и программно реализованы алгоритмы инверсии данных ВЭЗ с применением методов эволюционной оптимизации. Показано, что эволюционные алгоритмы обладают возможностью построения множества Q допустимых решений обратной задачи из отдельных особей популяций в едином цикле вычислений, что значительно ускоряет процесс формирования множества Q и обеспечивает возможность рассмотрения результатов инверсии в рамках вероятностно-статистического подхода. Предложен гибридный двухэтапный алгоритм, в котором обобщенное решение, полученное эволюционным алгоритмом, используется как начальное приближение для последующей инверсии методом Левенберга–Марквардта.

2. Разработаны и программно реализованы алгоритмы решения нелинейных обратных задач гравirazведки рудного типа на основе синтеза методов эволюционной оптимизации и аддитивных технологий. Результаты численных экспериментов с использованием синтетических моделей показывают, что методы эволюционной оптимизации не требуют задания достаточно точных моделей начального приближения для получения решений, согласующихся с истинными моделями источников аномалий силы тяжести. Модификация монтажного метода в варианте РНК с применением бинарных эволюционных алгоритмов BDE и BGA обеспечивает большую содержательность результативных решений по сравнению с базовым вариантом РНК и повышенную скорость вычислений.

3. Проведен сравнительный анализ результатов решения обратных задач ВЭЗ и гравirazведки, полученных эволюционными алгоритмами и классическими методами многомерной оптимизации различного порядка.

4. Разработан алгоритм геологического редуцирования гравиметрических данных на основе решения прямой задачи от набора сферических параллелепипедов. Алгоритм реализован в программе «SP_FORWARD» с применением численного интегрирования, параллельных и векторизованных вычислений и характеризуется высокой скоростью расчетов.

5. Разработан и реализован в программе «TRANSF_VR» алгоритм трансформации аномалий силы тяжести с учетом сферообразной формы Земли. Построение двухуровневых аппроксимационных конструкций с учетом сферообразной формы Земли позволяет минимизировать краевые эффекты, обеспечивая высокую точность расчета различных трансформант, что было продемонстрировано на примере преобразования гравитационного поля в полной редукции Буге для района Курильской островной дуги.

6. Алгоритмы апробированы на синтетических моделях, на материалах ВЭЗ и гравirazведки, полученных в ходе полевых работ на территориях Пермского края и Восточной Сибири, на данных глобальных моделей гравитационного поля Земли. Результаты интерпретации сопоставлены с исходными синтетическими моделями, данными бурения и материалами предшествующих исследований.

Разработанные технологии могут применяться для решения широкого круга практических задач, начиная с задач инженерной геофизики, заканчивая задачами изучения глубинного строения и структурно-тектонического районирования больших территорий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аронов, В.И. Обработка на ЭВМ значений аномалий силы тяжести при произвольном рельефе поверхности наблюдений / В.И. Аронов. – М.: Недра, 1976. – 128 с.
2. Бабаянц, П.С. Возможности современных аэрогеофизических технологий при изучении нефтегазоперспективных территорий в условиях развития солянокупольной тектоники / П.С. Бабаянц, Г.И. Бровкин, А.В. Колмаков // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: сб. науч. тр. – М.: Перо, 2024. – С. 22-26.
3. Балк, П.И. Аддитивные технологии решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки / П.И. Балк, А.С. Долгаль. – М.: Научный мир, 2020. – 455 с.
4. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бином. Лаб. знаний, 2003. – 632 с.
5. Белкин, А.М. Воздушная навигация: справочник / А.М. Белкин, Н.Ф. Миронов, Ю.И. Рублев [и др.]. – М.: Транспорт, 1988. – 303 с.
6. Блох, Ю.И. Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий [Электронный ресурс] / Ю.И. Блох. – 2009. – 232 с. – Режим доступа: <http://sigma3d.com/index.php/publications/books> (дата обращения: 20.04.2026).
7. Богатырев, М.Ю. Чем инспирированы биоинспирированные алгоритмы / М.Ю. Богатырев // Математическая биология и биоинформатика: доклады Международной конференции. – Пущино, 2024. – С. 214-218.
8. Булах, Е.Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии / Е.Г. Булах. – Киев: Наукова думка, 2010. – 464 с.
9. Булах, Е.Г. Основы векторного анализа и теория поля: учебное пособие / Е.Г. Булах, В.Н. Шуман. – Киев: Наукова думка, 1998. – 360 с.
10. Васин, В.В. Основы теории некорректных задач / В.В. Васин. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2020. – 313 с.

11. Винничук, Н.Н. Геологическая интерпретация гравитационных данных по висячему крылу Главного Уральского разлома на Южном Урале / Н.Н. Винничук, К.С. Иванов // Геология и геофизика. – 2004. – Т. 5. – № 3. – С. 376-382.
12. Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике: Справочник геофизика / Под ред. В.И. Дмитриева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1990. – 498 с.
13. Глазнев, В.Н. Комплексные геофизические модели литосферы Фенноскандии / В.Н. Глазнев. – Апатиты: КаЭМ, 2003. – 252 с.
14. Гордин, В.М. Истокообразные аппроксимации гравитационных и магнитных полей: история вопроса / В.М. Гордин, С.А. Тихоцкий // Геофизика и математика: сборник материалов 1-й Всероссийской конференции. – М.: ОИФЗ РАН, 1999. – С. 55-57.
15. Гравиразведка: Справочник геофизика / Под ред. Е. А. Мудрецов, К. Е. Веселова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1990. – 607 с.
16. Демиденко, Е.З. Оптимизация и регрессия / Е.З. Демиденко. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 296 с.
17. Долгаль, А.С. Выбор модели Земли для трансформации аномалий силы тяжести в процессе региональных исследований / А.С. Долгаль, В.И. Костицын, А.В. Пугин [и др.] // Геофизика. – 2022. – № 5. – С. 6-12.
18. Долгаль, А.С. Гравиметрия и магнитометрия: решение обратных задач. Монтажный метод и аддитивные технологии: учебное пособие / А.С. Долгаль. – Пермь: ПГНИУ, 2024. – 120 с.
19. Долгаль, А.С. Моделирование аномалий силы тяжести эквивалентными источниками в полярных областях Земли / А.С. Долгаль, И.В. Огородова, Н.В. Рыжов [и др.] // Вестник Пермского университета. Геология. – 2025. – Т. 24. – № 3. – С. 226-235.
20. Долгаль, А.С. Вычисление вторых производных потенциала силы тяжести на сферообразной Земле / А.С. Долгаль, П.Н. Новикова // Геология и полезные ископаемые Западного Урала. – 2023. – № 6 (43). – С. 133-139.

21. Долгаль, А.С. Вычислительные аспекты моделирования аномалий силы тяжести системой точечных масс / А.С. Долгаль, П.Н. Новикова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Геология. – 2023. – № 2. – С. 82-93.

22. Долгаль, А.С. Интерпретация моногеничных гравитационных аномалий методами Монте-Карло и роя частиц / А.С. Долгаль, Р.Н. Петросян, Н.В. Рыжов // Инженерная и рудная геофизика 2024: материалы 20-й научно-практической конференции и выставки. – М.: Геомодель Развитие, 2024. – С. 363-367.

23. Долгаль, А.С. Оценка параметров источника гравитационной аномалии методом роя частиц / А.С. Долгаль, Р.Н. Петросян, Н.В. Рыжов // Вестник Пермского университета. Геология. – 2024. – Т. 23. – № 1. – С. 85-92.

24. Долгаль, А.С. Решение 2D обратной задачи гравirazведки методом роя частиц / А.С. Долгаль, Р.Н. Петросян, Н.В. Рыжов // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: сб. науч. тр. – М.: Перо, 2024. – С. 149-152.

25. Долгаль, А.С. Подавление помех геологической природы при трансформации региональных аномалий силы тяжести / А.С. Долгаль, В.И. Костицын, П.Н. Новикова [и др.] // Геофизика. – 2024. – № 5. – С. 24-29.

26. Долгаль, А.С. История метода истокообразных аппроксимаций геопотенциальных полей / А.С. Долгаль, А.В. Пугин, П.Н. Новикова // Физика Земли. – 2022. – № 2. – С. 3-26.

27. Долгаль, А.С. Истокообразная аппроксимация аномалий силы тяжести с использованием SVD / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов // Тринадцатые научные чтения памяти Ю.П. Булашевича: материалы Всероссийской конференции с международным участием. – Екатеринбург: Институт геофизики им. Ю.П. Булашевича УрО РАН, 2025. – С. 65-69.

28. Долгаль, А.С. Применение матричной факторизации в методе эквивалентного источника / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов // Вопросы теории и

практики геологической интерпретации геофизических полей: сб. науч. тр. – Воронеж: Научная книга, 2026. – С. 100-104.

29. Долгаль, А.С. Расчет трансформант с использованием региональных и глобальной моделей гравитационного поля / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов // Геология и полезные ископаемые Западного Урала. – 2024. – № 7 (44). – С. 20-27.

30. Долгаль, А.С. Синтез монтажного подхода и эволюционной оптимизации при решении обратной задачи гравиметрии / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов // Вестник АГГИ. – 2026. – № 1 (5). – С. 56-66.

31. Долгаль, А.С. Граф обработки гравиметрических данных при региональных исследованиях (на примере листа О-40, Пермь) / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова // Теория и практика разведочной и промысловой геофизики: сб. науч. тр. – Пермь: ПГНИУ, 2024. – С. 95-100.

32. Долгаль, А.С. Повышение точности трансформации региональных гравитационных аномалий: учет влияния масс, находящихся за пределами изучаемой площади / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова // Вестник АГГИ. – 2025. – № 2 (2). – С. 23-34.

33. Долгаль, А.С. Трансформация региональных аномалий силы тяжести Сибирской платформы / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: сб. науч. тр. – Пермь: Горный институт УрО РАН, 2025. – С. 105-110.

34. Долгаль, А.С. Учет влияния расположенных за пределами площади исследований масс при трансформации региональных гравитационных аномалий / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова // Инженерная и рудная геофизика 2025: материалы научно-практической конференции и выставки. – М.: Геомодель Развитие, 2025. – С. 43-46.

35. Долгаль, А.С. Решение геокартировочных и прогнозно-поисковых геологических задач методом гравиразведки с учетом сферичности Земли / А.С.

Долгаль, А.А. Симанов, В.В. Хохлова // Георесурсы. – 2015. – Т. 2. – № 4 (63). – С. 56-61.

36. Долгаль, А.С. Трансформация аномалий силы тяжести в высокоширотных областях Земли / А.С. Долгаль, В.И. Костицын, А.В. Пугин [и др.] // Геофизика. – 2025. – № 5. – С. 34-39.

37. Долгаль, А.С. Трансформация аномалий силы тяжести в пределах больших территорий (на примере Курильской островной дуги) / А.С. Долгаль, П.Н. Новикова, А.В. Пугин [и др.] // Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле. – 2022. – № 2 (54). – С. 20-31.

38. Долгаль, А.С. Совершенствование компьютерной технологии разделения аномалий силы тяжести с применением эквивалентных источников / А.С. Долгаль, Л.А. Христенко // Геофизические исследования. – 2023. – Т. 24. – № 1. – С. 31-43.

39. Долгаль, А.С. Повышение точности интерпретации моногеничных гравитационных аномалий / А.С. Долгаль, А.Ф. Шархимуллин // Геоинформатика. – 2011. – № 4. – С. 49-56.

40. Жданов, М.С. Электроразведка: Учебник для вузов / М.С. Жданов. – М.: Недра, 1986. – 316 с.

41. Кабанихин, С.И. Обратные задачи и искусственный интеллект / С.И. Кабанихин // Успехи кибернетики. – 2021. – Т. 2. – № 3. – С. 33-43.

42. Калинин, Д.Ф. Информационно-статистический прогноз полезных ископаемых / Д.Ф. Калинин. – СПб: ФГУНПП «Геологоразведка», 2011. – 163 с.

43. Карпенко, А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учебное пособие / А.П. Карпенко. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 446 с.

44. Каханер, Д. Численные методы и программное обеспечение / Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш ; пер. с англ. под ред. Х.Д. Икрамова. – 2-е изд., стереотип. – М.: Мир, 2001. – 575 с.

45. Китаев, А.В. Геоэлектрические особенности золото-медно-порфирового оруденения / А.В. Китаев, М.Г. Пустозеров, Г.М. Тригубович // Геология, прогноз,

поиски и оценка месторождений алмазов, благородных и цветных металлов: сборник тезисов докладов XIV международной научно-практической конференции. – М.: ФГБУ «ЦНИГРИ», 2025. – С. 196-198.

46. Колесников, В.П. Основы интерпретации электрических зондирований / В.П. Колесников. – М.: Научный мир, 2007. – 248 с.

47. Конешов, В.Н. Сравнение современных глобальных ультравысокостепенных моделей гравитационного поля Земли / В.Н. Конешов, В.Б. Непоклонов, В.Н. Соловьев [и др.] // Геофизические исследования. – 2019. – Т. 20. – № 1. – С. 13-26.

48. Кудряшов, А.И. Верхнекамское месторождение солей / А.И. Кудряшов. – 2-е изд., перераб. – М.: Эпсилон Плюс, 2013. – 368 с.

49. Кузнецов, К.М. Моделирование магнитных и плотностных параметров метеоритного кратера озера Смердячье / К.М. Кузнецов, И.В. Лыгин, О.О. Шевалдышева [и др.] // Геофизика. – 2024. – № 6. – С. 87-93.

50. Леонов, А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач: Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ / А.С. Леонов. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: ЛЕНАНД, 2024. – 368 с.

51. Лыгин, И.В. Оценка детальности современных цифровых моделей гравитационного поля Земли на примере Карской астроблемы / И.В. Лыгин, К.М. Кузнецов, О.О. Шевалдышева [и др.] // Гелиогеофизические исследования. – 2024. – № 43. – С. 4-14.

52. Мартышко, П.С. О решении прямой задачи гравиметрии в криволинейных и декартовых координатах: эллипсоид Красовского и «плоская» модель / П.С. Мартышко, И.В. Ладовский, Д.Д. Бызов [и др.] // Физика Земли. – 2018. – № 4. – С. 31-39.

53. Мартышко, П.С. Теория и методы комплексной интерпретации геофизических данных / П.С. Мартышко, И.В. Ладовский, Н.В. Федорова [и др.]. – Екатеринбург: УрО РАН, 2016. – 94 с.

54. Михайлов, П.С. Новые результаты оценок современных глобальных ультравысокостепенных моделей гравитационного поля Земли в Мировом океане / П.С. Михайлов, В.Н. Конешов, В.Н. Соловьев [и др.] // Гироскопия и навигация. – 2022. – Т. 30. – № 4 (119). – С. 36-53.

55. Модин, И.Н. Соответствие данных электроразведки логнормальнольному закону распределения / И.Н. Модин, В.А. Шевнин // Прикладная геофизика. – 1984. – № 109. – С. 75-82.

56. Молоденский, М.С. Основные вопросы геодезической гравиметрии / М.С. Молоденский // Труды ЦНИИГАиК. – 1945. – № 42. – С. 110.

57. Овчаренко, А.В. Подбор сечения двумерного тела по гравитационному полю / А.В. Овчаренко // Вопросы нефтяной и рудной геофизики. – Алма-Ата: Изд-во Казахского политехнического ин-та, 1975. – С. 71-75.

58. Петров, А.В. Компьютерная технология статистического и спектральнокорреляционного анализа данных КОСКАД 3D и практические результаты / А.В. Петров, Г.В. Демура, С.В. Зиновкин // Недропользование XXI век. – 2017. – № 1 (64). – С. 44-59.

59. Петросян, Р.Н. Генетический алгоритм решения обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования / Р.Н. Петросян, Н.В. Рыжов // Геофизика. – 2024. – № 5. – С. 48-54.

60. Пугин, А.В. Влияние остаточного интеграла на результаты трансформаций геопотенциальных полей с использованием эквивалентных источников / А.В. Пугин // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: сб. науч. тр. – Пермь: Горный институт УрО РАН, 2025. – С. 258-263.

61. Пугин, А.В. Истокообразные аппроксимации геопотенциальных полей. От теории к практике / А.В. Пугин // Геофизические исследования. – 2018. – Т. 19. – № 4. – С. 16-30.

62. Пушкарёв, Е.В. Время завершения ультраосновного магматизма в Платиноносном поясе Урала / Е.В. Пушкарёв, И.А. Готтман, А.В. Травин [и др.] // Доклады РАН. Науки о Земле. – 2020. – Т. 490. – № 2. – С. 45-50.

63. Рыжов, Н.В. Сравнительный анализ различных методов оптимизации для решения обратной задачи вертикального электрического зондирования / Н.В. Рыжов, Е.М. Бухтеев, Р.Н. Петросян // Теория и практика разведочной и промысловой геофизики: сб. науч. тр. – Пермь: ПГНИУ, 2025. – С. 187-194.

64. Рыжов, Н.В. Применение алгоритма стаи серых волков при решении обратной задачи гравirazведки / Н.В. Рыжов, А.С. Долгаль // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: сб. науч. тр. – Пермь: Горный институт УрО РАН, 2025. – С. 264-268.

65. Рыжов, Н.В. Решение обратной задачи гравиметрии рудного типа в классе конечноэлементных моделей методом эволюционной оптимизации / Н.В. Рыжов, А.С. Долгаль // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей: сб. науч. тр. – Воронеж: Научная книга, 2026. – С. 200-204.

66. Рыжов, Н.В. Гибридный подход к решению обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования / Н.В. Рыжов, Р.Н. Петросян // Геофизика. – 2025. – № 5. – С. 21-27.

67. Рыжов, Н.В. Влияние детальности интерпретационной модели при геологическом редуцировании региональных аномалий силы тяжести (на примере Уральского региона) / Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова // Теория и практика разведочной и промысловой геофизики: сб. науч. тр. – Пермь: ПГНИУ, 2024. – С. 183-189.

68. Рыжов, Н.В. Экспериментальная оценка помехоустойчивости эволюционных алгоритмов при решении обратной задачи ВЭЗ / Н.В. Рыжов // Двадцать шестая Уральская молодежная научная школа по геофизике: сборник научных материалов. – Пермь: ГИ УрО РАН, 2025. – С. 140-144.

69. Саймон, Д. Алгоритмы эволюционной оптимизации / Д. Саймон ; пер. с англ. А.В. Логунова. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 1002 с.

70. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024617068. GravPSO. Программа решения обратной задачи гравirazведки методом роя частиц / Н.В. Рыжов, А.С. Долгаль. Дата регистрации – 28.03.2024.

71. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024683144. SP_FORWARD. Программа решения прямой задачи гравirazведки от набора сферических параллелепипедов / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова. Дата регистрации – 09.10.2024.

72. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024685961. TRANSF_VR. Программа для трансформации региональных аномалий силы тяжести / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова. Дата регистрации – 02.11.2024.

73. Старостенко, В.И. Решение прямой задачи гравиметрии на шарообразной Земле / В.И. Старостенко, А.Г. Манукян // Физика Земли. – 1983. – № 12. – С. 34-50.

74. Степанова, И.Э. Об интерпретации больших объемов данных гравимагниторазведки с помощью модифицированного метода S-аппроксимаций / И.Э. Степанова, Д.Н. Раевский, А.В. Щепетилов // Физика Земли. – 2017. – № 1. – С. 123-137.

75. Страхов, В.Н. Разработка теории и компьютерной технологии построения линейных аналитических аппроксимаций гравитационных и магнитных полей / В.Н. Страхов, И.А. Керимов, И.Э. Степанова. – М.: Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, 2009. – 254 с.

76. Страхов, В.Н. Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии / В.Н. Страхов, М.И. Лапина // Докл. АН СССР. – 1976. – Т. 227. – № 2. – С. 344-347.

77. Страхов, В.Н. Основные идеи и методы извлечения информации из данных гравитационных и магнитных наблюдений / В.Н. Страхов // Теория и методика интерпретации гравитационных и магнитных аномалий: сб. науч. тр. – М.: ИФЗ АН СССР, 1979. – С. 146-269.

78. Страхов, В.Н. Разрушение господствующего стереотипа мышления – главная задача в развитии теории и практики интерпретации потенциальных полей (гравитационных и магнитных аномалий) в начале XXI века / В.Н. Страхов. – М.: ОИФЗ РАН, 2000. – 44 с.

79. Страхов, В.Н. Метод S-аппроксимаций и его использование при решении задач гравиметрии (региональный вариант) / В.Н. Страхов, И.Э. Степанова // Физика Земли. – 2002. – № 7. – С. 3-12.

80. Тайницкий, А.А. Решение обратной задачи ВЭЗ методом дифференциальной эволюции / А.А. Тайницкий // Горное эхо. – 2021. – № 3 (84). – С. 55-59.

81. Татаркин, А.В. Возможности 3D-инверсии данных электрических зондирований в условиях акваторий / А.В. Татаркин, А.А. Филимончиков // Геофизика. – 2014. – № 5. – С. 21-25.

82. Татаркин, А.В. Методические аспекты определения удельного электрического сопротивления в лабораторных условиях / А.В. Татаркин, Д.В. Шиканов // Геология и полезные ископаемые Западного Урала. – 2022. – № 5 (42). – С. 272-275.

83. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач: Учебное издание / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – 4-е изд. – М.: ЛЕНАНД, 2022. – 288 с.

84. Торге, В. Гравиметрия / В. Торге ; пер. с англ. Г. А. Шанурова; под ред. А. П. Юзефовича. – М.: Мир, 1999. – 429 с.

85. Филатов, В.В. О феноменологии электромагнитных полей / В.В. Филатов, Г.М. Тригубович. – Новосибирск: Свиньин и сыновья, 2022. – 176 с.

86. Шамаев, С.Д. Применение методов искусственного интеллекта при обработке и интерпретации данных геофизических методов / С.Д. Шамаев // Известия Уральского государственного горного университета. – 2022. – № 1 (65). – С. 86-101.

87. Электроразведка методом сопротивлений / Под ред. В.К. Хмелевского и В.А. Шевнина: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 160 с.

88. Яновская, Т.Б. Обратные задачи геофизики: учеб. пособие / Т.Б. Яновская, Л.Н. Порохова ; 2-е изд., доп. и перераб. – СПб: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2004. – 214 с.
89. Agarwal, A. Grey wolf optimizer: a new strategy to invert geophysical data sets / A. Agarwal, A. Chandra, S. Shalivahan [et al.] // Geophysical Prospecting. – 2018. – Vol. 66. – № 6. – P. 1215-1226.
90. Amante, C. ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis / C. Amante, B.W. Eakins. – NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24, 2009. – 19 p.
91. Bjerhammar, A. A general method for an explicit determination of the shape of the Earth from gravimetric data / A. Bjerhammar // Bull. Geodesique. – 1962. – Vol. 65. – P. 215-220.
92. Byzov, D. Deep Structure of the Middle Urals According to Magnetic and Gravitational Data / D. Byzov, P. Martyshko, N. Fedorova [et al.] // Russian Journal of Earth Sciences. – 2024. – Vol. 24. – № 3. – P. 1-14.
93. Çaylak, Ç. Inversion of multi-channel surface wave data using a sequential hybrid approach / Ç. Çaylak, G. Göktürkler, C. Sarı // Journal of Geophysics and Engineering. – 2012. – Vol. 9. – № 1. – P. 19-28.
94. Chandra, A. Grey wolf optimisation for inversion of layered earth geophysical datasets / A. Chandra, A. Agarwal, Shalivahan [et al.] // Near Surface Geophysics. – 2017. – Vol. 15. – № 5. – P. 499-513.
95. Cui, Z. Particle swarm optimization with FUSS and RWS for high dimensional functions / Z. Cui, X. Cai, J. Zeng [et al.] // Applied Mathematics and Computation. – 2008. – Vol. 205. – № 1. – P. 98-108.
96. Dampney, C.N.G. The equivalent source technique / C.N.G. Dampney // Geophysics. – 1969. – Vol. 34. – № 1. – P. 39-53.
97. Doerr, B. Working principles of binary differential evolution / B. Doerr, W. Zheng // Theoretical Computer Science. – 2020. – Vol. 801. – P. 110-142.

98. Dolgal, A.S. Algorithmic and Methodological Aspects of Transforming Regional Gravity Anomalies (on the Example of the Kuril Island Arc) / A.S. Dolgal, V.A. Rashidov, N.V. Ryzhov [et al.] // Russian Journal of Pacific Geology. – 2025. – Vol. 19. – № S2. – P. S109-S119.

99. Elhussein, M. Two-sided fault parameter assessment through the utilization of a particle swarm optimizer to different gravity horizontal gradients-orders with application to various cases studies / M. Elhussein, E.R. Abo-Ezz, O.A. Gomaa [et al.] // Environmental Earth Sciences. – 2023. – Vol. 82. – № 21. – P. 502.

100. Holland, J.H. Genetic Algorithms / J.H. Holland // Scientific American. – 1992. – Vol. 267. – № 1. – P. 66-73.

101. Kennedy, J. Particle swarm optimization / J. Kennedy, R. Eberhart // International Conference on Neural Networks: Proceedings of ICNN'95. – 1995. – Vol. 4. – P. 1942-1948.

102. Kingma, D.P. Adam: A method for stochastic optimization / D.P. Kingma, J.L. Ba // Proceedings of the 3rd International Conference for Learning Representations (ICLR). – San Diego, 2015. – P. 1-15.

103. Laske, G. Update on CRUST1.0 - A 1-degree Global Model of Earth's Crust / G. Laske, G. Masters, Z. Ma [et al.] // EGU General Assembly Conference Abstracts. – 2013. – P. EGU2013-2658.

104. Lemoine, J.-M. CNES/GRGS RL04 Earth gravity field models, from GRACE and SLR data / J.-M. Lemoine, R. Biancale, F. Requin [et al.]. – GFZ Data Services, 2019.

105. Li, D. A Dual-Layer Equivalent-Source Method for Deriving Gravity Field Vector and Gravity Tensor Components from Observed Gravity Data / D. Li, Q. Liang, J. Du [et al.] // Pure and Applied Geophysics. – 2022. – Vol. 179. – № 6. – P. 2273-2288.

106. Liu, C. WHU-CASM-UGM2025 The combined global gravity field model up to degree and order 11000 / C. Liu, Z. Wang, T. Jiang. – GFZ Data Services, 2026.

107. Loni, S. Comparison of improved particle swarm optimization with Marquardt Algorithm for simulation of sedimentary basin with parabolic density contrast

using gravity data / S. Loni, M. Mehramuz // J. Ind. Geophys. Union. – 2022. – Vol. 26. – № 1. – P. 1-15.

108. Martínez, J.L.F. Posterior Sampling using Particle Swarm Optimizers and Model Reduction Techniques / J.L.F. Martínez, E.G. Gonzalo, Z.F. Muñiz [et al.] // International Journal of Applied Evolutionary Computation. – 2010. – Vol. 1. – № 3. – P. 27-48.

109. Mirjalili, S. Grey Wolf Optimizer / S. Mirjalili, S.M. Mirjalili, A. Lewis // Advances in Engineering Software. – 2014. – Vol. 69. – P. 46-61.

110. Powell, W.B. Approximate Dynamic Programming: Solving the Curses of Dimensionality / W.B. Powell. – John Wiley & Sons, 2007. – 487 p.

111. Rashedi, E. GSA: A Gravitational Search Algorithm / E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, S. Saryazdi // Information Sciences. – 2009. – Vol. 179. – № 13. – P. 2232-2248.

112. Shahab, M.L. A genetic algorithm for solving large scale global optimization problems / M.L. Shahab, F. Azizi, B.A. Sanjoyo [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1821. – № 1. – P. 012055.

113. Song, X. Grey Wolf Optimizer for parameter estimation in surface waves / X. Song, L. Tang, S. Zhao [et al.] // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. – 2015. – Vol. 75. – P. 147-157.

114. Storn, R. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces / R. Storn, K. Price // Journal of Global Optimization. – 1997. – Vol. 11. – № 4. – P. 341-359.

115. Tarantola, A. Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation / A. Tarantola. – Philadelphia: SIAM, 2005. – 342 p.

116. Virtanen, P. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python / P. Virtanen, R. Gommers, T.E. Oliphant [et al.] // Nature Methods. – 2020. – Vol. 17. – № 3. – P. 261-272.

117. Wang, J. 2-D MT inversion using genetic algorithm / J. Wang, Y. Tan // Journal of Physics: Conference Series. – 2005. – Vol. 12. – № 1. – P. 165-170.

118. Wang, Y. Multi-objective particle swarm optimization for multimode surface wave analysis / Y. Wang, X. Song, X. Zhang [et al.] // Computers & Geosciences. – 2023. – Vol. 176. – P. 105343.

119. Wolpert, D.H. No free lunch theorems for optimization / D.H. Wolpert, W.G. Macready // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 1997. – Vol. 1. – № 1. – P. 67-82.

120. Zhang, Z. Application of a parameter-shifted grey wolf optimizer for earthquake dynamic rupture inversion / Z. Zhang, Y. Zhang // Earthquake Science. – 2021. – Vol. 34. – № 6. – P. 507-521.